

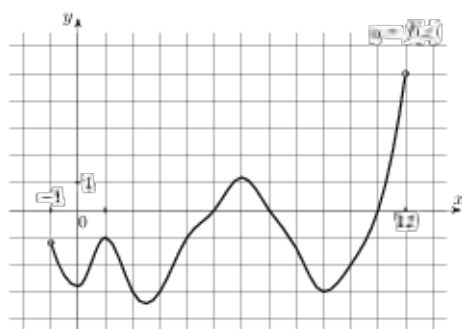
Вариант 1

1. 25% участников конкурса прошли в полуфинал, из них 10% оказались в финале. Сколько было участников конкурса, если финалистами оказались 8 человек?
2. Вычислите $\log_6 \log_7 \sqrt[4]{\sqrt[3]{49}} + 9 \log_8 \sqrt[3]{16}$
3. Найдите значение выражения $\frac{\left(2^{\frac{3}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{10^9}$.
4. Керамическая плитка одной и той же торговой марки выпускается трёх разных размеров. Плитки упакованы в пачки. Требуется купить плитку одного размера, чтобы облицевать пол квадратной комнаты со стороной 3 м. Размеры плитки, количество плиток в пачке и стоимость пачки приведены в таблице. Во сколько рублей обойдётся самый дешёвый вариант покупки?

Размер плитки	Количество плиток в пачке	Цена пачки (руб. за пачку)
20 см × 20 см	25	604
20 см × 30 см	16	595,2
30 см × 30 см	11	594

5. Решите уравнение $\log_3(3x - 1) - 1 = \log_3(x + 3) - \log_3(x + 1)$. Если уравнение имеет два корня, то в ответ запишите больший из них.
6. Решите уравнение $(2^{x+4})^{x-3} = 0,5^x \cdot 4^{x-4}$. Найдите сумму корней уравнения.
7. Найдите наибольшее целое отрицательное число из области определения функции $y = \sqrt[8]{\frac{2x^2 - x - 2}{x^2 - x - 2}}$
8. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начального момента, T — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 40 мг. Период его полураспада составляет 10 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 5 мг.
9. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}} \log_5(x^2 - 4) > 0$. Найдите сумму целых решений неравенства.
10. Решите уравнение $\log_2^2 x^5 - 5 \log_2 x^3 = 20 \sin \frac{5\pi}{6}$. Найдите произведение корней.

11. Найдите наименьшее значение функции $y = 3x - \ln(x + 3)^3$ на отрезке $[-2,5; 0]$.
12. Найдите точку максимума функции $y = (x + 6)^2 e^{4-x}$.
13. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-1; 12)$.



Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

14. Решите неравенство $\log_5(-x + 8) + \log_{\sqrt{5}}(x^3 - 2) + \log_{0,2}(-x + 8) > 4$. Найдите произведение всех четных решений неравенства.

Часть 2. Задания с развернутым ответом.

15. Решите уравнение $(\sqrt{\sqrt{13} - 2\sqrt{3}})^x + (\sqrt{\sqrt{13} + 2\sqrt{3}})^x = 4$

16. а) Решите уравнение $28^{\sin x} = \left(\frac{1}{7}\right)^{-\sin x} \cdot 0,25^{\cos x}$

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$

17. Решите неравенство $\log_x \log_9(3^x - 9) < 1$

18. Решите уравнение $4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5 \cdot 2^{x+\sqrt{x^2-2}-1} = 6$

19. При каких значениях параметра a

неравенство $\log_3^2(|x| + 9) - (2 - 3a) \log_3(|x| + 9) + a^2 \leq 0$ не имеет решений?

20. При каких значениях a уравнение $2 \cdot \log_3^2 x - |\log_3 x| + a = 0$ имеет 4 решения?

Вариант 2

1. Стоимость железнодорожного билета на один и тот же маршрут меняется в зависимости от даты поездки: среднегодовая цена билета увеличивается или уменьшается на несколько процентов. Стоимость плацкартного билета 31.08.2013 из Санкт-Петербурга в Москву составила 1374 рублей, при этом стоимость билетов в период с 13 июля по 2 сентября была выше среднегодовой на 20%. Какова была стоимость соответствующего билета 23 декабря, если в период с 21 декабря по 26 декабря стоимость билета выше среднегодовой на 10%?

2. Найдите значение выражения $\sqrt{5}(\log_3 36 - \log_3 4 + 5^{\log_5 8})^{0,5 \lg 5}$

3. Найдите значение выражения $\left(\frac{50^{\frac{13}{18}}}{5^{\frac{2}{9} \cdot \frac{5}{26}}}\right)^9$

4. Для строительства бани можно использовать один из двух типов фундамента: бетонный или фундамент из пеноблоков. Для фундамента из пеноблоков необходимо 4 кубометра пеноблоков и 4 мешка цемента. Для бетонного фундамента необходимо 5 тонн щебня и 30 мешков цемента. Кубометр пеноблоков стоит 2350 рублей, щебень стоит 660 рублей за тонну, а мешок цемента стоит 230 рублей. Сколько рублей будет стоить материал, если выбрать наиболее дешёвый вариант?

5. Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 3x - 1) = -2$. Если их несколько, в ответ выпишите больший.

6. Решите уравнение $9^x \cdot \left(\frac{1}{18}\right)^x = 0,25$

7. Найдите наименьшее целое число, входящее в область определения

функции $y = \sqrt[6]{\frac{1000}{27}} - 0,3^x$

8. Находящийся в воде водолазный колокол, содержащий $\nu=2$ моля воздуха при давлении $p_1=2$ атмосферы, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A=\alpha \nu T \log_2 \frac{p_1}{p_2}$ (Дж), где $\alpha=11,5$ — постоянная, $T=300$ К — температура воздуха, p_1 (атм) — начальное давление, а p_2 (атм) — конечное давление воздуха в колоколе. До какого наибольшего давления p_2 можно сжать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха совершается работа не более чем 6900 Дж? Ответ приведите в атмосферах.

9. Найдите сумму всех нечетных решений неравенства $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}}(10 - x) \geq -1 + \log_{\frac{1}{2}} 4,5$

10. Найдите точку минимума функции $y = \log_2(x^2 + 10x + 24)$

11. Найдите наибольший корень уравнения $3\log_{0,5}^2 x + 5\log_{0,5} x = 2\sqrt{2}\sin\frac{9\pi}{4}$.
12. Найдите наименьшее значение функции $y = 4x - \ln(x+5)^4$ на отрезке $[-4,5;0]$.
13. Сколько целых решений имеет неравенство $0,5\log_{\sqrt{2}}(x^2 - 6x + 24) \leq \log_8(2x + 9)^3$.
14. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-7;5)$.
 Определите количество целочисленных значений аргумента, при которых производная функции $f(x)$ отрицательна.

