

11 класс (1-5). Программа коллоквиума по теме «Показательная и логарифмическая функции».

- Свойства и график показательной функции $y = a^x$, если $a > 1$.
 - область определения;
 - множество значений;
 - монотонность;
 - существование асимптот графика функции;
 - контрольные точки для построения графика.
- Свойства и график показательной функции $y = a^x$, если $0 < a < 1$.
 - область определения;
 - множество значений;
 - монотонность;
 - существование асимптот графика функции;
 - контрольные точки для построения графика.
- Свойства и график логарифмической функции $y = \log_a x$, если $a > 1$.
 - область определения;
 - множество значений;
 - монотонность;
 - существование асимптот графика функции;
 - контрольные точки для построения графика.
- Свойства и график логарифмической функции $y = \log_a x$, если $0 < a < 1$.
 - область определения;
 - множество значений;
 - монотонность;
 - существование асимптот графика функции;
 - контрольные точки для построения графика.
- Определение логарифма числа a по основанию b . Условие существования логарифма.
- Основное логарифмическое тождество.
- Определение десятичного логарифма.
- Определение натурального логарифма.
- Чему равны логарифмы $\log_a a$; $\log_a 1$; $\log_a \frac{1}{a}$; $\lg 10$; $\ln e$; $\lg 1$; $\ln 1$.
- Сформулируйте свойства логарифмов положительных чисел и запишите их в виде равенства
 - логарифм произведения;
 - логарифм частного;
 - логарифм степени;
 - логарифм, основанием которого является степень.
- Докажите, что $\log_c a^\alpha = \alpha \log_c a$. При каких условиях для величин a, c выполняется данное свойство?
- Докажите, что $\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$. При каких условиях для величин a, b, c выполняется данное свойство?
- Докажите, что $\log_c (ab) = \log_c a + \log_c b$. При каких условиях для величин a, b, c выполняется данное свойство?
- Докажите, что $\log_c a = \frac{\log_b a}{\log_b c}$. При каких условиях для величин a, b, c выполняется данное свойство?
- Докажите, что $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$. При каких условиях для величин a, b выполняется данное свойство?
- Докажите, что $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$. При каких условиях для величин a, b, c выполняется данное свойство?
- Докажите, что $a^{\sqrt{\log_a b}} = b^{\sqrt{\log_b a}}$.
- Сформулируйте свойства логарифмов, при $a < 0, b < 0, c > 0, c \neq 1$
 - логарифм произведения $\log_c (ab) =$;
 - логарифм частного $\log_c \frac{a}{b} =$;
 - логарифм четной степени $\log_c a^{2k} =$;
 - логарифм четной степени основания $\log_{b^{2n}} c =$.
- Докажите, что $(a^x)' = a^x \ln a$, где $a > 0$.
- Докажите, что $(e^x)' = e^x$.
- Докажите, что $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$, где $a > 0, a \neq 1, x > 0$.
- Докажите, что $(\ln x)' = \frac{1}{x}$, где $x > 0$.

Теоретические упражнения по теме «Показательная и логарифмическая функции».

1. Постройте график функции:

а. $y = \log_4 x$;	б. $y = \log_{0,5} x$;	в. $y = 7^x$;	г. $y = (0,25)^x$.
---------------------	-------------------------	----------------	---------------------
2. Найдите область определения и множество значений функции:

а. $y = \log_3(x-5)$;	в. $y = 4^x - 1$;
б. $y = \log_{0,25}(36-x)$;	г. $y = 3^{\frac{2}{x-1}}$.
3. Определите знак числа:

а. $\log_2 3$;	е. $\ln 0,2$;	к. $\log_4(\sqrt{7}-2)$;
б. $\log_3 0,82$;	ж. $\log_5 \frac{3}{\sqrt[3]{10}}$;	л. $\lg \sin 164^\circ$;
в. $\log_{0,5} 0,61$;	з. $\log_3 \log_2 4$;	м. $\lg \lg 11$.
г. $\log_{0,8} 3$;	и. $\log_{0,3} \log_3 4$;	
д. $\lg 5$;		
4. Сравните числа:

а. $\log_2 3$ и $\log_2 5$;	д. $\log_2 5$ и $\log_3 7$;
б. $\log_2 3 + \log_3 2$ и 2 ;	е. $5^{\sqrt{\log_5 4}}$ и $4^{\sqrt{\log_4 5}}$;
в. $\frac{4}{\lg \frac{1}{2}}$ и $\frac{7}{\lg \frac{1}{2}}$;	ж. $3^{\log_4 5}$ и $5^{\log_4 3}$;
г. $2^{\log_2 3}$ и $3^{\log_3 2}$;	з. $\log_5 3 \cdot \log_3 5$ и $\ln e$.
5. Вычислите:

а. $\log_7 1 - \log_{0,5} 2 - \lg 10$;	е. $7^{\log_3 5} + 3^{\log_5 7} - 5^{\log_3 7} - 7^{\log_5 3}$;
б. $\ln e^2 + \lg^2 0,1$;	ж. $2^{\frac{\log_2 \sqrt{2}(5-\sqrt{10}) + 8 \log_1(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{4}}$;
в. $3^{\log_9(4-\sqrt{17})^2}$;	з. $\frac{1 + 2 \log_3 2}{(1 + \log_3 2)^2} + \log_6^2 2$.
г. $\frac{\log_5 6 + \log_5 4}{\log_5 48 - \log_5 2}$;	
д. $\log_3(\log_2 8)$;	
6. Продифференцируйте функцию:

а. $y = e^{5x} + \log_{12} x$;	г. $y = \frac{x}{2} + 3 \ln^2 x$;
б. $y = x^4 \left(\frac{1}{2}\right)^x$;	д. $y = x \ln^2 x$.
в. $y = \frac{2x}{\lg x}$;	
7. Напишите уравнение касательной:

а. $y = \log_2(x-1)$ в точке $x_0 = 2$;
б. $y = \ln(x+1)$ в точке $x_0 = 0$;
в. $y = e^x - 4$ в точке $x_0 = 0$.