

**Тренировочные задачи для подготовки
к экзамену по геометрии в 11 классе.**
(составила учитель математики Стаханова Н.М.)

1. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна половине длины ребра основания. Найдите угол между плоскостью боковой грани и плоскостью основания пирамиды.
2. Высота правильной четырехугольной пирамиды вдвое меньше длины ее бокового ребра. Найдите угол между плоскостью основания пирамиды и ее боковым ребром.
3. Основание пирамиды – правильный треугольник ABC со стороной a . Боковые грани ABK и ACK – равнобедренные прямоугольные треугольники с прямым углом при вершине A. Найдите объем пирамиды.
4. Шар радиусом 5 см с центром в точке M касается плоскости квадрата ABCD со стороной 3 см. Найдите объем пирамиды MABCD.
5. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, боковое ребро которой равно 3 см и составляет угол 45° с плоскостью основания.
6. Расстояния от середины диагонали прямоугольного параллелепипеда до трех его граней равны 2, 6 и 9 соответственно. Найдите длину диагонали и площадь полной поверхности параллелепипеда.
7. Точка K – середина ребра CC_1 куба ABCDA₁B₁C₁D₁. Длина ребра куба 2 см. Найдите расстояние от точки K до плоскостей ABC и BDD₁.
8. Площадь поверхности шара в 3 раза больше площади поверхности некоторого полушара. Найдите отношение объемов двух тел.
9. У цилиндра увеличили радиус основания, оставив без изменения высоту, в результате чего площадь его осевого сечения увеличилась в 3 раза. Во сколько раз увеличился объем цилиндра?
10. Два тела получены поочередным вращением прямоугольника со сторонами 5 и 15 вокруг его неравных сторон. Как относятся площади полных поверхностей полученных тел?
11. В основание конуса с вершиной M вписан равнобедренный треугольник ABC, AB=BC. Найдите угол между образующей конуса MB и прямой AC.
12. Прямоугольный треугольник с катетами 3 и 6 вращается вокруг одного из них. Найдите отношение объемов получившихся при этом тел.
13. Через середину высоты конуса проведено сечение, параллельное основанию. В каком отношении разделится объем конуса?
14. Осевым сечением конуса является равносторонний треугольник. Найдите отношение площади основания конуса к площади его боковой поверхности.
15. Найдите отношение площадей боковых поверхностей двух конусов, имеющих одинаковую высоту 12 см, но разные радиусы оснований: 16 см у одного и 9 см у другого.
16. Образующая конуса равна l и образует с его осью угол α . Найдите объем конуса.
17. Длина стороны основания правильной треугольной пирамиды равна длине высоты этой пирамиды. Найдите угол наклона бокового ребра пирамиды к его основанию.
18. Найдите объемы и поверхность правильного тетраэдра с ребром a .
19. В основании пирамиды объемом 80 см^3 лежит прямоугольник с диагональю 10 см. Найдите стороны этого прямоугольника, если каждое боковое ребро пирамиды наклонено к основанию под углом 45° .
20. В правильной треугольной пирамиде MABC все плоские углы при вершине M – прямые. Найдите объем пирамиды, если длина стороны основания равна a .
21. Все грани пирамиды ABCD – равнобедренные треугольники, грани ABC и ABD перпендикулярны, а середина ребра AB удалена от каждой вершины пирамиды на расстояние 2. Найдите объем пирамиды.
22. В правильной четырехугольной призме длина бокового ребра $\sqrt{2}$, а ребра основания 1. Найдите угол наклона диагонали призмы к плоскости основания и к боковой грани.

23. Диагональ боковой грани правильной треугольной призмы равна $4\sqrt{3}$ и составляет угол 30° с плоскостью основания призмы. Найдите объем призмы.
24. Радиусы двух шаров 2 и 5. Через их единственную общую точку проведена плоскость. Площадь сечения меньшего шара этой плоскостью равна 0,4. Найдите площадь сечения другого шара этой плоскостью.
25. На диаметре шара выбрана точка, делящая его в отношении 1:3, и через нее проведена плоскость, перпендикулярная этому диаметру. Чему равна площадь сечения шара этой плоскостью, если радиус шара равен 2?
26. Отрезок длины 6 см с концами на поверхности шара, пересекая радиус шара, делит его пополам и перпендикулярен ему. Определите площадь поверхности шара.
27. Плоскость проходит через образующую цилиндра, радиус основания которого 10 см, а высота 5 см. Расстояние от оси цилиндра до плоскости равно 8 см. Найдите площадь сечения цилиндра этой плоскостью.
28. Определите угол в осевом сечении конуса, разверткой боковой поверхности которого является полукруг.
29. Площадь осевого сечения конуса равна 12 см^2 , а высота конуса составляет 0,8 от его образующей. Найдите объем конуса.
30. В осевом сечении конуса равносторонний треугольник. Найдите отношение объема конуса к объему вписанного в него шара.
31. Найдите двугранный угол при ребре основания правильной четырехугольной пирамиды, если высота пирамиды в 3 раза больше радиуса вписанного в пирамиду шара.
32. Около правильной четырехугольной призмы со стороной основания 2 см описан шар радиусом 1,5 см. Найдите площадь полной поверхности призмы.
33. Сфера с площадью поверхности 8π касается всех ребер куба. Определите длину ребра куба.
34. Диагональ правильной четырехугольной призмы составляет с плоскостью основания угол 45° . В призму вписан цилиндр, ось которого перпендикулярна плоскости основания призмы. Найдите объем призмы, если площадь осевого сечения прибыли равна $8\sqrt{2}$.
35. Основание конуса вписано в основание правильной треугольной пирамиды, а вершины обоих тел совпадают. Найдите угол наклона образующей конуса к его основанию, если высота пирамиды 1, а сторона основания 6.
36. Основание пирамиды – ромб со стороной a и острым углом α . Двугранные углы при ребрах основания пирамиды равны между собой и равны β . Найдите объемы и полную поверхность пирамиды.
37. В треугольной пирамиде ABCD известно, что $AC = 4$, $BC = 3$, угол ACB равен 90° . Ребро AD длиной 12 перпендикулярно плоскости ABC. Найдите радиус описанной около пирамиды сферы.
38. Найдите боковое ребро правильной усеченной четырехугольной пирамиды со сторонами оснований a и b , если в пирамиду можно вписать шар.
39. В основании пирамиды объемом 4,8 лежит треугольник со сторонами 3, 4 и 5. Найдите площадь полной поверхности пирамиды, если ее высота составляет равные углы с боковыми гранями, а основание высоты лежит внутри основания пирамиды.
40. В основании пирамиды лежит треугольник со сторонами 7, 15 и 20. Боковые ребра пирамиды имеют равную длину, а центр описанного около пирамиды шара удален от плоскости основания на расстояние 3. Найдите объем пирамиды.
41. в правильной треугольной пирамиде, сторона основания которой равна a , а боковое ребро – $3a$, проведено сечение параллельно боковому ребру. Найдите площадь этого сечения, если оно является ромбом.
42. Около шара описана правильная треугольная призма, а около призмы описан шар. Найдите отношение площадей поверхностей этих шаров.

43. Образующая усеченного конуса наклонена к плоскости основания под углом 60° , а центр большего основания равноудален от меньшего основания и боковой поверхности конуса. Найдите объем усеченного конуса, если площадь его боковой поверхности 2π .
44. В равнобокой трапеции большее основание равно 8, меньшее – 4. Два тела равных объемов получены вращением трапеции вокруг большего основания и вокруг боковой стороны соответственно. Найдите боковую сторону трапеции.
45. Светящаяся точка находится вне сферы радиусом r на расстоянии a от нее. Найдите площадь освещенной поверхности сферы.
46. Два взаимно перпендикулярных сечения шара имеют площади 6π и 7π соответственно, а их общий отрезок имеет длину 4. Найдите радиус шара.
47. В куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ вписан шар радиуса r . Найдите площадь сечения шара плоскостью $AD_1 C$.
48. Около куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ описан шар радиуса r . Найдите площадь сечения шара плоскостью KAC , где D – середина отрезка $D_1 K$.
49. Диагональ куба является осью цилиндра, описанного около этого куба. Площадь диагонального сечения куба равна S . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
50. В тетраэдре $ABCD$ известно, что $AC = BD = 14$, $BC = AD = 13$, $AB = DC = 15$. Найдите угол и расстояние между прямыми AC и BD .
51. Двугранный угол при боковом ребре правильной четырехугольной пирамиды равен α , а сторона основания равна 1. Найдите объем пирамиды.
52. $ABCA_1 B_1 C_1$ – усеченная треугольная пирамида. Через ребро большего основания AB и вершину C_1 проходит плоскость, делящая пирамиду на два равновеликих многогранника. Найдите отношение площадей оснований пирамиды.
53. Основания пирамиды $ABCDF$ – квадрат. Боковое ребро AF перпендикулярно плоскости основания $ABCD$ и равно стороне основания пирамиды. Определите величины двугранных углов при боковых ребрах этой пирамиды.
54. Все ребра основания треугольной пирамиды имеют длину 7 см, а каждая боковая грань наклонена к плоскости основания под углом 60° . Найдите радиус вписанного в пирамиду шара, если пирамида не является правильной.
55. Основанием призмы $ABCA_1 B_1 C_1$ служит правильный треугольник ABC . Ребро AA_1 перпендикулярно ребру BC и составляет угол 60° с плоскостью основания. Найдите сторону основания призмы, если известно, что в нее можно вписать шар радиусом $\sqrt{13} - 2$.
56. Основание прямого параллелепипеда – ромб с углом 30° и стороной 2. Высота параллелепипеда 1. Найдите площадь сечения, проходящего через ребро основания и составляющего с плоскостью основания параллелепипеда угол 60° .
57. На окружности основания конуса с вершиной M взяты точки A , B и N так, что дуга ANB равна 300° , дуга AN равна дуге NB . Найдите отношение объема конуса к объему пирамиды $MKAB$, если K делит образующую MN в отношении 2:3.
58. Все ребра треугольной призмы касаются шара радиуса r . Найдите объем призмы.
59. В конусе радиусом основания 4 и высотой 1 проведены два взаимно перпендикулярных сечения MAV и MKF . Найдите расстояние и угол между AK и MB .
60. В цилиндре радиуса основания 4 и образующей $AB = 7$ точка K делит дугу AB величиной 90° основания в отношении 1:2, считая от A . Найдите расстояние от точки D до плоскости BAK и угол между этой плоскостью и прямой BD .