

ГОТОВЬТЕСЬ К ЗАЧЕТУ ПО АЛГЕБРЕ - 11 КЛАСС - 1 семестр .

В1

1. Флакон шампуня стоит 150 руб. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 700 руб. во время распродажи, когда скидка составляет 35%.
2. При добавлении воды к раствору его объем увеличился на 42% и стал равным 71 л. Определите первоначальный объем раствора.
3. Кофе при жарении теряет 12% своей массы. Сколько свежего кофе надо взять, чтобы получилось $14\frac{2}{25}$ кг жаренного кофе?
4. Вклад, положенный в сбербанк два года назад, достиг суммы, равной 1312,5 тыс. руб. Каков был первоначальный вклад при 25% годовых?
5. Цена товара понизилась на 40%, затем ещё на 25%. На сколько процентов понизилась цена товара по сравнению с первоначальной ?

В2

Упростить и найти значения выражения:

$$1) \frac{x^{\frac{3}{4}} - 25x^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{2}} + 5x^{\frac{1}{4}}} \text{ при } x=16$$
$$2) \frac{x+27}{a^{\frac{2}{3}} - 3a^{\frac{1}{3}} + 9} - \sqrt[3]{a}$$
$$3) \frac{x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{x^{-2}}}{x^{\frac{5}{6}}}$$
$$4) \left(\frac{x^4 \sqrt{x^3 \sqrt{x^2}}}{x^6 \sqrt{x^5 \sqrt{x}}} \right)$$
$$5) (13^3 \sqrt{64\sqrt{8}} + 51\sqrt{8 \cdot \sqrt[3]{64}})$$
$$6) \frac{8x^{\frac{2}{5}} \cdot 3x^{\frac{3}{5}}}{x^{\frac{1}{5}}}$$

В3

Вычислить

$$1) \log_8 288 - \log_8 4,5$$
$$2) \log_7 4 \log_2 7 (\log_3 81 - \log_3 3)$$
$$3) \log_3 \log_9 \sqrt[27]{\sqrt[3]{9}}$$
$$4) \log^{\frac{1}{2}} 16 \cdot \log_6 \frac{\sqrt[4]{5}}{25} : 32^{\log_{32} 4}$$
$$5) \frac{\log_6 \sqrt[6]{12}}{\log_{125} 12}$$
$$6) \frac{\log_6 25 \cdot \log_6 15}{\log_6 3 \cdot \log_6 45} \cdot \frac{1 + 2 \log_5 3}{1 + \log_3 5}$$
$$7) \lg(3+2\sqrt{2}) - 13 \lg(\sqrt{2+1}) + 6 - 3 \lg(\sqrt{2}-1)$$
$$8) \frac{\log_2 56}{\log_{28} 2} - \frac{\log 7}{\log_{224} 2}$$
$$9) \log_c^2(ab), \text{ если } \log_a b = 7 \text{ и } \log_c a = 4$$

B4

1. Для остекления музейных витрин требуется заказать 70 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла — $0,15 \text{ м}^2$. В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько будет стоить самый дешёвый заказ (в руб.)?

Фирма	Цена стекла (руб. за 1 м^2)	Резка стекла (руб. за одно стекло)	
А	300	15	
В	290	20	
С	360	10	При заказе на сумму больше 3500 руб. резка бесплатно

2. От дома до дачи можно доехать на автобусе, электричке или маршрутном такси. В таблице показано время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу. Ответ дайте в минутах.

	1	2	3
Автобусом	От дома до остановки автобуса-15 мин	Автобус в пути-1 ч 55 мин	От остановки автобуса до дачи пешком-10 мин
Электричкой	От дома до железнодорожной станции-25 мин	Электричка в пути-1 ч 40 мин	От железнодорожной станции до дачи пешком-10 минут
Маршрутным такси	От дома до остановки маршрутного такси-25 мин	Маршрутное такси в пути-1 ч 15 мин	От остановки маршрутного такси до дачи пешком-45 мин

Клиент хочет арендовать автомобиль на сутки для поездки протяженностью 600км. В таблице приведены характеристики трех автомобилей и стоимость их аренды. Помимо аренды клиент обязан оплатить топливо для автомобиля на всю поездку. Какую сумму в рублях заплатит клиент за аренду и топливо, если выберет самый дешёвый вариант?

Автомобиль	Топливо	Расход топлива на 100 км	Арендная плата за 1 сутки
1	Дизельное	4	3500
2	Бензин	7	3100
3	Газ	12	3100

Цена дизельного топлива 18 руб. за литр, бензина 21 руб. за литр, газа 17 руб. за литр.

B5.

Решите уравнение.

- 1) $\log_4 \log_3 \log_2 x = 0$ 2) $\log_3(3^x - 8) = 2 -$ 3) $2 \log_5((x+1)(x+2)) = \log_5(x+1)^2 + 5$
4) $\lg^3 x - \lg^2 x = \lg x^6$ 5) $\lg^2(100x) + \lg^2(10x) = 14 + \lg \frac{1}{x}$ 6) $\log_{x^2} 16 + \log_{2x} 64 = 3$
7) $\log_3(3^x - 1)(\log_3(3^{x+1} - 3)) = 6$ 8) $x^{1-\lg x} = 0,01$

B6

- 1) $2^x 5^x = 0,1^{-3}$ 2) $5^{4x^2-7x+3} = 1$ 3) $3 \cdot 6^{x+1} - 7 \cdot 6^x = 66$
4) $8^{4-5x} \cdot 7^{5x-4} = 1$ 5) $5^x 8^{\frac{x-1}{x}} = 500$ 6) $7 \cdot 4^{x^2} - 9 \cdot 14^{x^2} + 2 \cdot 49^{x^2} = 0$
7) $3 \cdot 3^{-10+6x+2x^2} + 4 \cdot 15^{3x-5+x^2} = 3 \cdot 5^{6x-9+2x^2}$ 8) $12^{x-1} 2^3 + 6^3 = 144 \cdot 2^x + 6^x$

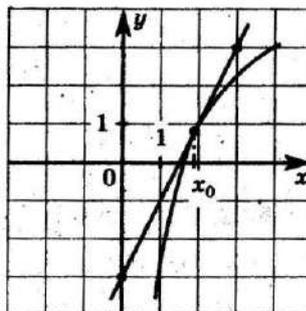
B7

Решите неравенство:

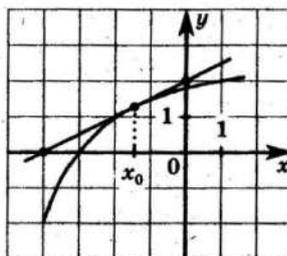
- 1) $7 \cdot 5^x - 5^{x+3} \leq -590$ 2) $2^{3x} + 8^{-x} + 3 \cdot 2^x - \frac{125}{8} + 3 \cdot 2^{-x} > 0$ 3) $256 \cdot 3^{x^2} \geq 2^{4x^2} \cdot 3^2$
4) $2 \cdot 4^x + 5^{2x+1} > 7 \cdot 10^x$ 5) $\left(\sqrt{3+2\sqrt{2}}\right)^x + \left(\sqrt{3-2\sqrt{2}}\right)^x \leq 6$ 6) $\sqrt{4^{x+1} + 17} - 5 > 2^x$

B8

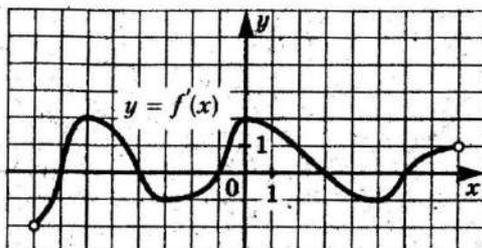
B8.4. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



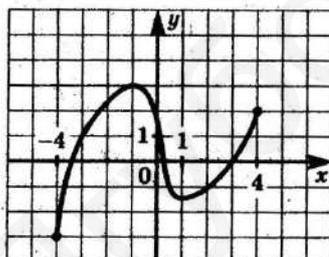
В8.5. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



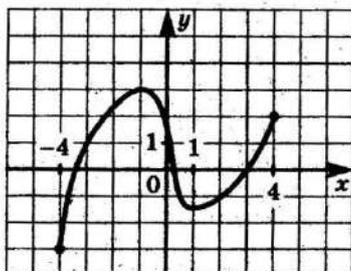
В8.6. Функция $f(x)$ определена на интервале $(-8; 8)$. На рисунке изображен график ее производной. Найдите длину наибольшего промежутка возрастания функции $y = f(x)$.



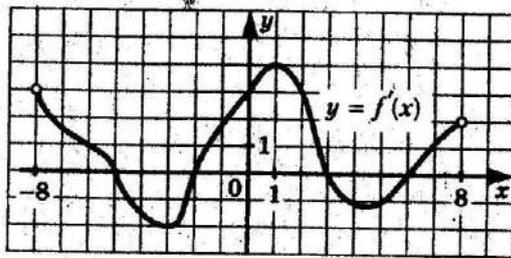
В8.7. Функция $f(x)$ определена на отрезке $[-4; 4]$. На рисунке изображен ее график. Найдите точку минимума этой функции на интервале $(-3; 3)$.



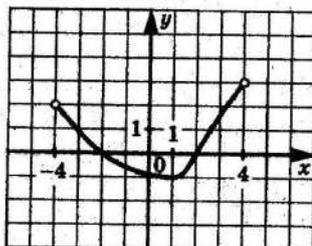
В8.8. Функция $f(x)$ определена на отрезке $[-4; 4]$. На рисунке изображен ее график. В какой точке она принимает свое наименьшее значение?



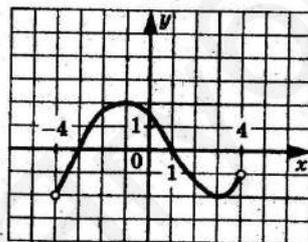
88.9. Функция $f(x)$ определена на отрезке $[-8; 8]$. На рисунке изображен график ее производной $y = f'(x)$. Найдите сумму точек экстремума этой функции.



88.10. Функция $f(x)$ определена на отрезке $[-4; 4]$. На рисунке изображен график ее производной $y = f'(x)$. Найдите точку минимума этой функции.



88.11. Функция $f(x)$ определена на отрезке $[-4; 4]$. На рисунке изображен график ее производной $y = f'(x)$. Найдите точку максимума этой функции.



B9

Найти производные функций:

- 1) $y = \lg \frac{10-x}{x+2}$
- 2) $y = \ln \sqrt{x^2 - 1}$
- 3) $y = 3^{-x} + 2 \log_{\frac{1}{2}} x$
- 4) $y = \frac{\log_5(3x+2)}{x^5}$
- 5) $y = x^2 \log_{\frac{1}{2}}(3x - 1)$

B10

Найти область определения функции:

$$1) y = \sqrt{\frac{x^2+7x+12}{x^2-2x-3}} \quad 2) y = 0,5\sqrt{4-x^2+\frac{1}{x-1}}$$

$$3) y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \log_3 \frac{x+1}{x-1}} \quad 4) y = -\sqrt{\frac{\log_{0,3}(x-1)}{\sqrt{-x^2+2x+8}}}$$

B11

Решите неравенство:

$$1) \log_3(\log_{0,5}(\log_4 3^x)) > 0 \quad 2) \log_{0,25}\left(\frac{2x-3}{3x-2}\right) \geq -1 \quad 3) \log_{\sin \frac{\pi}{6}}\left(x^2-3x+\frac{41}{36}\right) \leq 2$$

$$4) (x^2+x)\log_2(x^2+x+1) > 0 \quad 5) \log_2 x - \log_3 x^5 > 3 \quad 6) \frac{3x}{5+\log_2 x} > \frac{2}{\log_2 \sqrt{x}}$$

B12

Решите уравнение:

$$1) 3^{\log_3^2 x} + x^{\log_3 x} = 162 \quad 2) 5^{\lg x} = 50 - x^{\lg 5} \quad 3) (\sqrt{x})^{\log_5 x + 1} = x$$
$$4) \log_4 2^{x+2} + \log_4 \left(\frac{4^x+1}{4^x}\right) = \log_2 \sqrt{10} \quad 5) 2^{\log_2(3-x)} = x^2 - 5x - 9 \quad 6) 2^{\log_2^2 x} + x^{\log_2 x} = 32$$

B13

1. Зарплату токарю повысили сначала на 10%, а затем, через год, еще на 20% по сравнению с предыдущим годом. На сколько процентов повысилась зарплата токаря по сравнению с первоначальной?

2. Смешали 8 кг 18%-го раствора некоторого вещества с 12 кг 8%-го раствора этого же вещества.
3. Две трубы, работая вместе, наполняли бассейн за 12 часов. Первая труба, работая отдельно, наполняет бассейн на 18 часов быстрее, чем вторая. За сколько часов наполняет бассейн вторая труба?
4. Товарный поезд был задержан в пути на 12 мин. После чего, пройдя 60 км, наверстал потерянное время, увеличив скорость на 15 км/ч. Найдите первоначальную скорость поезда.
5. Туристы должны были пройти 90 км. В первый день они прошли 0,4 всего пути, во второй день - $\frac{1}{3}$ оставшегося пути. Сколько километров пути осталось пройти туристам?
6. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 90 км/час проезжает мимо придорожного столба за 36 с. Найдите длину поезда в метрах.

7. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 16 км/час, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Найдите расстояние, пройденное теплоходом за весь рейс, если скорость течения реки равна 4 км/час, стоянка длится 2 часа, а исходный пункт теплоход возвращается через 10 часов после отплытия из него.
8. Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу и встретились через 3 ч 20 мин. Сколько часов понадобилось второму пешеходу, чтобы пройти все расстояние, если первый пришел в то место, которого вышел первый, на 5 ч. Позже. Чем второй пришел в то место, откуда вышел первый?

B14

- 1) Найти наибольшее значение функции $y = \ln(x + 5)^5 - 5x$ на отрезке $[-4, 5; 0]$.
- 2) Найти наименьшее значение функции $y = (x - 7)e^{x-6}$ на отрезке $[5; 7]$.
- 3) Найти точку максимума функции $y = (x^2 - 17x + 17)e^{7-x}$.
- 4) Найти точку минимума функции $y = (4 - x)e^{5-x}$.

Часть С

C1 Решить уравнение и найти корни из заданного промежутка:

1. $\sin 4x + 2\sin 2x \operatorname{tg} 2x = \sqrt{12}$; $[-\pi/3; \pi]$.
2. $\frac{(1 + \cos x)(1 + \cos 2x)}{\sqrt{3} \sin 2x \cos x} = \frac{2 \sin^2 \frac{7\pi}{18} - 1}{2 \operatorname{ctg} \frac{23\pi}{36} \cos^2 \frac{31\pi}{36}}$; $[-\frac{\pi}{3}; \frac{16\pi}{3}]$
3. $(1 - \cos 2x + \sin 2x)(2 \sin x - 1)(1 + \cos 2x + \sin 2x)^{-1} = \operatorname{tg} x$; $(x - \pi)(2x + \pi)^{-1} \leq 0$
4. $\sin x + (\operatorname{tg} \frac{7\pi}{3}) \cos x = \cos(\pi \sin \frac{17\pi}{6})$; $1 \leq 9^\pi 27^x \leq 27^\pi$.
5. Найти кол-во значений x из промежутка $[-\frac{5\pi}{6}; \frac{\pi}{6}]$ при которых функция $f(x) = 4 \cos^4 x - 1$ и $g(x) = \cos 2x$ принимает равные значения.

6. Сколько корней имеет уравнение:

а) $\sqrt{-x^2 + 9} \log_2(0,5x) \cos(x - \frac{\pi}{2}) = 0$

б) $(\sin x - \cos x) \log_2(1 - x^2) = 0$.

C2 Решите неравенство:

1) $\frac{\log_{2x-3}^2 \frac{1}{3x-5} + \log_{2x-3}(9x^2 - 30x + 25) + 7}{2 \log_{2x-3}(6x^2 - 19x + 15) - 1} \leq 3$

2) $\log_{x+2}(36 + 16x - x^2) - \frac{1}{16} \log_{x+2}^2(x - 18)^2 \geq 2$

3) $\log_{2-x}(x + 2) \cdot \log_{x+3}(3 - x) \leq 0$

4) $\log_{|x+2|}(4 + 7x - 2x^2) \leq 0$

$$5) \frac{x^3 \times 5^{\log_2 x}}{x^{\log_6 3x}} < x$$

$$6) \log_x \frac{8-12x}{x-6} \geq 2$$

$$7) \frac{\log_{1-x}(x+3)(\log_{1-x}(2x+1)-2)}{\log_{1-x}((x+3)(2x+1))} \leq 0$$

C3 Решите систему неравенств:

1)

$$\begin{cases} 16^{\cos x} - 10 \cdot 4^{\cos x} + 16 = 0 \\ \sqrt{y} + 2 \sin x = 0 \end{cases}$$

2)

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \log_{0,5} x > 2 \sqrt{\frac{\log_{0,5} x}{x}} \\ \frac{\log_{0,5} x}{x} \leq \log_{0,5} \sqrt{x} \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 25^x + 3 \cdot 10^x - 4 \cdot 4^x > 0 \\ \log_{1-\frac{x^3}{37}}(x^2 - 12|x| + 37) - \log_{1-\frac{x^2}{37}}(x^2 - 12|x| + 37) \geq 0 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \log_2(100 - x^2) \leq 2 + \log_2(x + 1); \\ \log_{0,3}(2|x+5| + |x-11| - 30) < 1. \end{cases}$$

5)

$$\begin{cases} \log_{\log_x 2x}(5x - 2) \geq 0 \\ 15^x - 9 \cdot 5^x - 3^x + 9 \leq 0 \end{cases}$$

C4

При всех a решите уравнение:

1) $9^x + (a+4) \cdot 3^x + 4a = 0$

2) $25^x - (a-2) \cdot 5^x - 2a = 0$

При каких значениях a уравнение имеет хотя бы один корень:

3) $\log_{(x^2+3)}(2ax^2 + 1 - a) = 2$

4) $\log_{(2a+1)}(6ax - x^2) = 2$

5) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство $2 + \log_2(x-3a-4) \leq \log_2(-x-2a-21)$ не имеет решений.

6) Найдите все значения параметра a , при которых неравенство $\log_{2x}(3x+a) < 1$ не имеет решений.