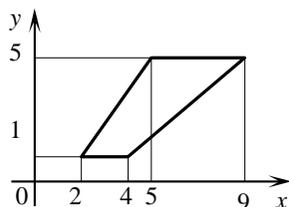


3. Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



Ответ: _____.

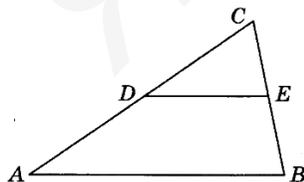
4. Перед началом первого тура чемпионата по настольному теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 спортсменов, среди которых 17 спортсменов из России, в том числе Денис Полянкин. Найдите вероятность того, что в первом туре Денис Полянкин будет играть с каким-либо спортсменом из России.

Ответ: _____.

5. Решите уравнение $\log_x 32 = 5$.

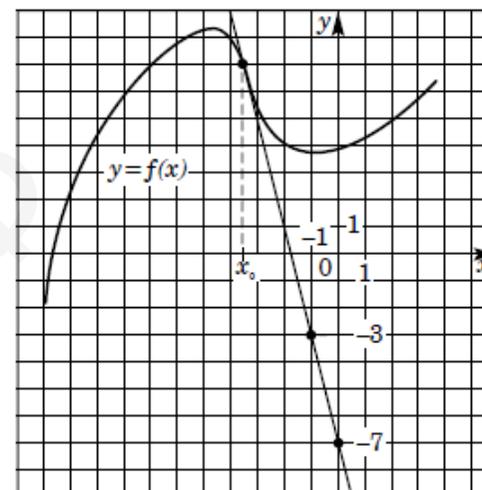
Ответ: _____.

6. Площадь треугольника ABC равна 36, DE — средняя линия треугольника, параллельная стороне AB . Найдите площадь трапеции $ABED$.



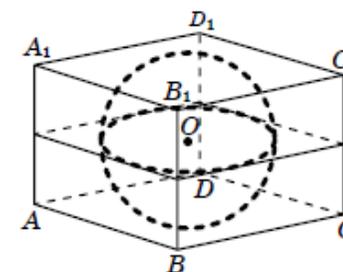
Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график функции $f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

8. В прямоугольный параллелепипед вписана сфера с радиусом 4. Найдите объём параллелепипеда.



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2.

9. Найдите значение выражения $3^{\log_3 7} + 49^{\log_7 \sqrt{13}}$

Ответ: _____.

10. Коэффициент полезного действия некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$. При каком наименьшем значении температура нагревателя T_1 (в градусах Кельвина) КПД этого двигателя будет не меньше 80%, если температура холодильника $T_2 = 200\text{ K}$?

Ответ: _____.

11. Два автомобиля отправляются в 420-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 10 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 час раньше второго. Найдите скорость автомобиля, пришедшего к финишу вторым.

Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = e^{x-7}(x^2 - 9x + 9)$ на отрезке $[6; 8]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

13. а) Решите уравнение: $4 \sin^2 \left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \operatorname{ctg} x$.

б) Найдите все корни данного уравнения, принадлежащие отрезку $[-5\pi; -4\pi]$.

14. В основании пирамиды $DABC$ лежит прямоугольный треугольник ABC с катетами $AC = 15$ и $BC = 9$. Точка M – середина ребра AD . На ребре BC выбрана точка E так, что $CE = 3$, а на ребре AC выбрана точка F так, что $CF = 5$. Плоскость MEF пересекает ребро BD в точке N . Расстояние от точки M до прямой EF равно $\sqrt{34}$.

а) Докажите, что N – середина ребра BD .

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью MNF .

15. Решите неравенство $\log_{2|2x-1|}(2^{2x+1} - 2^{x+2} + 2) \leq \frac{x}{|2x-1|}$.

16. В треугольнике ABC биссектрисы AD и CE пересекаются в точке O , величина угла AOC составляет 120° .

а) Докажите, что около четырехугольника $BDOE$ можно описать окружность.

б) Найдите площадь треугольника ABC , если $BC = 4$, а $\angle BED = 75^\circ$.

17. 15 января Антон взял в кредит 3 миллиона рублей на 6 месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го февраля, апреля и июня долг должен быть на одну девятую часть от исходной суммы долга меньше, чем величина долга 15 числа предыдущего месяца;

– 15-го марта, мая и июля долг должен быть на две девятых части от исходной суммы долга меньше, чем величина долга 15 числа предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 220 тысяч рублей больше суммы, взятой в кредит. Найдите r

18. Найдите все такие значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(a + 1)\operatorname{tg}^2 x - \frac{\operatorname{tg} x}{\cos x} + a = 0$$

имеет единственное решение на отрезке $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right]$.

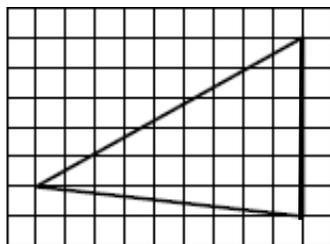
19. Агата добиралась от дома до института на своем автомобиле с постоянной скоростью 100 км/ч. Обрато она ехала с постоянной скоростью, которая измерялась целым числом километров в час, причём путь до дома занял у нее больше времени, чем путь до института.

а) Могла ли ее средняя скорость за эти две поездки составить 90 км/ч?

б) Могла ли ее средняя скорость за эти две поездки оказаться равной целому числу километров в час?

в) Какое наименьшее целое число километров в час могла составлять ее средняя скорость за эти две поездки?

3. Найдите площадь треугольника, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

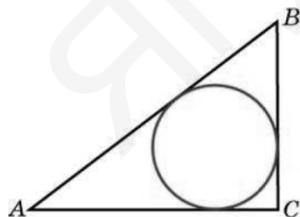
4. Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 теннисистов, среди которых 7 спортсменов из России, в том числе Анатолий Москвин. Найдите вероятность того, что в первом туре Анатолий Москвин будет играть с каким-либо теннисистом из России.

Ответ: _____.

5. Решите уравнение $\log_x 27 = 3$

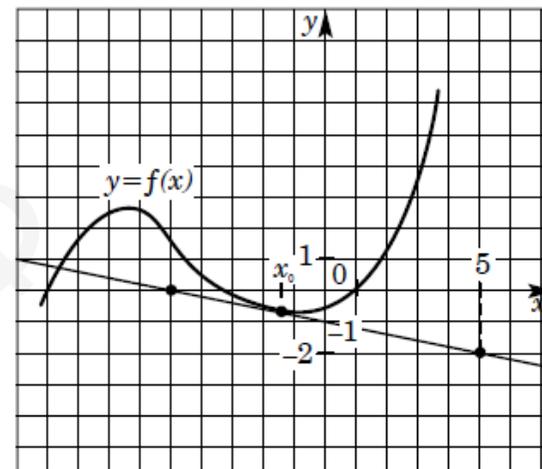
Ответ: _____.

6. В треугольнике ABC известно, что $AC = 36$, $BC = 15$, а угол $\angle C = 90^\circ$. Найдите радиус вписанной в этот треугольник окружности.



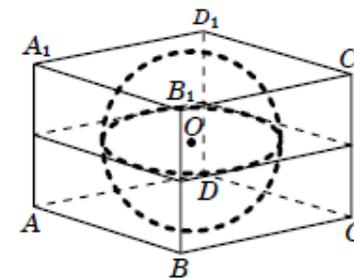
Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график функции $f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0



Ответ: _____.

8. В прямоугольный параллелепипед вписана сфера с радиусом 5. Найдите объём параллелепипеда.



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2.

9. Найдите значение выражения $5^{\log_5 7} + 25^{\log_5 \sqrt{13}}$

Ответ: _____.

10. Коэффициент полезного действия некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$. При каком наименьшем значении температура нагревателя T_1 (в градусах Кельвина) КПД этого двигателя будет не меньше 45%, если температура холодильника $T_2 = 275 \text{ K}$?

Ответ: _____.

11. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 60 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Автомобилист в час проезжает на 90 км больше, чем велосипедист. Найдите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в В на 5 часов 24 минуты позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(x + 5)^5 - 5x$ на отрезке $[-4,5; 0]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

13. а) Решите уравнение $\cos^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{4} \operatorname{tg} x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-4\pi; -3\pi]$.

14. В основании пирамиды $KLMN$ лежит прямоугольный треугольник LMN с катетами $LN = 12$ и $MN = 15$. Точка A – середина ребра KM . На ребре MN выбрана точка B так, что $NB = 5$, а на ребре LN выбрана точка C так, что $NC = 4$. Плоскость ABC пересекает ребро LK в точке D . Расстояние от точки A до прямой BC равно $\sqrt{41}$.

а) Докажите, что D – середина ребра LK .

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью ABC .

15. Решите неравенство $\log_{3|4x+1|} \left(\frac{3^{2x+1} - 2 \cdot 3^{x+1} + 3}{4} \right) \leq \frac{x}{|4x+1|}$.

16. В треугольнике ABC биссектрисы AD и CE пересекаются в точке O , величина угла AOE составляет 60° .

а) Докажите, что около четырехугольника $BDOE$ можно описать окружность.

б) Найдите площадь треугольника ABC , если $AB = 8$, а $\angle BED = 45^\circ$.

17. 15 января Гоша взял в кредит 6 миллионов рублей на 6 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го февраля, апреля и июня долг должен быть на две девятых часть от исходной суммы долга меньше, чем величина долга 15 числа предыдущего месяца;
- 15-го марта, мая и июля долг должен быть на одну девятую часть от исходной суммы долга меньше, чем величина долга 15 числа предыдущего месяца;

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 600 тысяч рублей больше суммы, взятой в кредит. Найдите r .

18. Найдите все такие значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(1 - a) \operatorname{ctg}^2 x + \frac{\operatorname{ctg} x}{\sin x} = a$$

имеет единственное решение на отрезке $\left[\frac{\pi}{3}; \pi\right]$.

19. Настя добиралась от дома до института на своем автомобиле с постоянной скоростью 80 км/ч. Обрато она ехала с постоянной скоростью, которая измерялась целым числом километров в час, причем путь до дома занял у нее больше времени, чем путь до института.

- а) Могла ли ее средняя скорость за эти две поездки составить 70 км/ч?
- б) Могла ли ее средняя скорость за эти две поездки оказаться равной целому числу километров в час?
- в) Какое наибольшее целое число километров в час могла составлять ее средняя скорость за эти две поездки?