

Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

13 марта 2019 года

Вариант МА10411

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \times \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \times \cos \beta + \cos \alpha \times \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \times \cos \beta - \sin \alpha \times \sin \beta$$

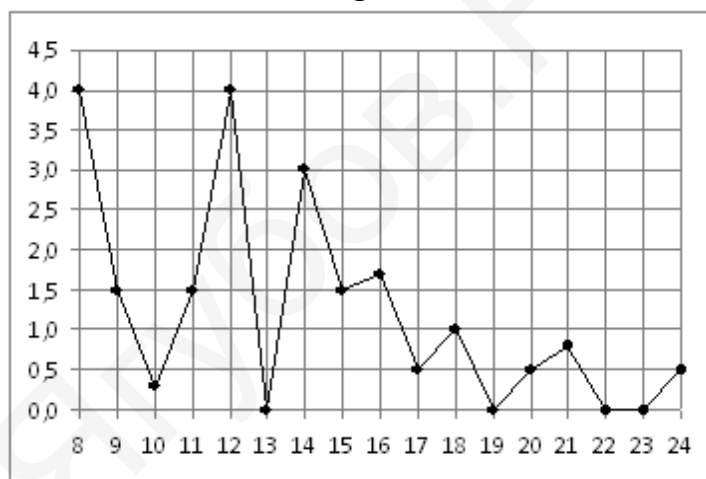
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Задачу № 1 правильно решили 20 000 человек, что составляет 80 % выпускников города. Сколько всего выпускников в этом городе?

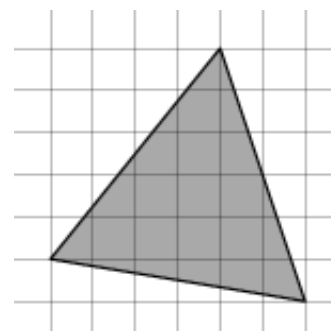
Ответ: _____.

- 2** На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало меньше 2 миллиметров осадков.



Ответ: _____.

- 3** На клетчатой бумаге с размером клетки 1´1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

- 4 Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,03. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,95. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,04. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

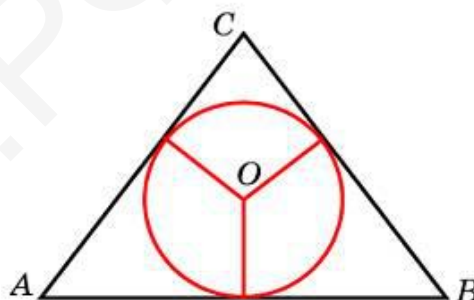
Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $3^{\log_{27}(3x-2)} = 7$.

Ответ: _____.

- 6 Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 13, основание равно 24. Найдите радиус вписанной окружности.

Ответ: _____.

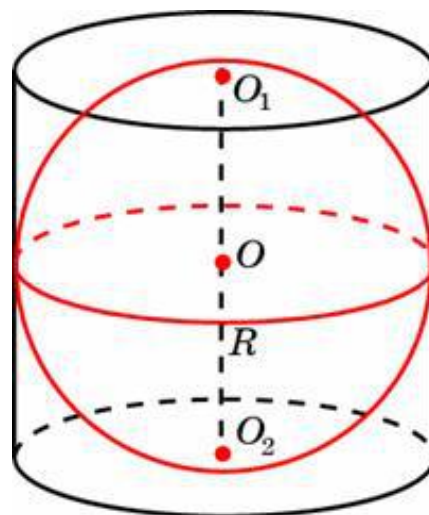


- 7 Прямая $y = 4x + 6$ является касательной к графику функции $y = 2x^2 + 16x + c$. Найдите c .

Ответ: _____.

- 8 Шар, объём которого равен 60, вписан в цилиндр. Найдите объём цилиндра.

Ответ: _____.



Часть 2

- 9** Найдите значение выражения $\frac{g(x+7)}{g(x+4)}$, если $g(t) = 2^t$.

Ответ: _____.

- 10** Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Расстояние, которое пролетает мячик, вычисляется по формуле $L = \frac{n_0^2}{g} \sin 2\alpha$ (м), где $n_0 = 10$ м/с — начальная скорость мяча, а g — ускорение свободного падения (считайте, что $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла (в градусах) мяч пролетит 5 м?

Ответ: _____.

- 11** Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 15 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 25 часов после отплытия из него. Сколько километров проходит теплоход за весь рейс?

Ответ: _____.

- 12** Найдите точку минимума функции $y = \frac{225}{x} + x + 6$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\frac{13\sin^2 x - 5\sin x}{13\cos x + 12} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$.

14

Через середину бокового ребра правильной треугольной пирамиды проведена плоскость α , перпендикулярная этому ребру. Известно, что она пересекает остальные боковые рёбра и разбивает пирамиду на два многогранника, объёмы которых относятся как 1 к 3.

а) Докажите, что плоский угол при вершине пирамиды равен 45° .

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью α , если боковое ребро пирамиды равно 4.

15

Решите неравенство $\log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} 4^3 \log_{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{13}}{5}} (5 - 2^x)$.

16

Дана трапеция $KLMN$ с основаниями KN и LM . Около треугольника KLN описана окружность, прямые LM и MN — касательные к этой окружности.

а) Докажите, что треугольники LMN и KLN подобны.

б) Найдите площадь треугольника KLN , если известно, что $KN = 3$, а $\angle LMN = 120^\circ$.

- 17** Андрей планирует 15-го декабря взять в банке кредит на 3 года в размере 1 655 000 рублей. Сотрудник банка предложил Андрею два различных плана погашения кредита, описание которых приведено в таблице.

План 1	— каждый январь долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года; — с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга; — кредит должен быть полностью погашен за три года тремя равными платежами.
План 2	— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1 % по сравнению с концом предыдущего месяца; — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга; — 15-го числа каждого месяца долг с 1-го по 35-й долг должен быть меньше долга на 15-е число предыдущего месяца на одну и ту же сумму; — к 15-му числу 36-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

На сколько рублей меньше окажется общая сумма выплат Андрея банку по более выгодному плану погашения кредита?

- 18** Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\left(x^2 + \sqrt{a-x}\right)^2 = \left(2x+1+\sqrt{a-x}\right)^2$$

имеет единственный корень на отрезке $[-1; 1]$.

- 19** Бесконечная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ состоит из различных натуральных чисел.

а) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел $a_1, a_2, \dots, a_7$ ровно три числа делятся на 100?

б) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел $a_1, a_2, \dots, a_{49}$ ровно 11 чисел делятся на 100?

в) Для какого наибольшего натурального n может оказаться так, что среди чисел $a_1, a_2, \dots, a_{2n}$ больше кратных 100, чем среди чисел $a_{2n+1}, a_{2n+2}, \dots, a_{5n}$?