Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ
11 класс
13 марта 2019 года
Вариант МА10409
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО____ класс _______

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \times \cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \times \cos\beta + \cos\alpha \times \sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \times \cos\beta - \sin\alpha \times \sin\beta$$

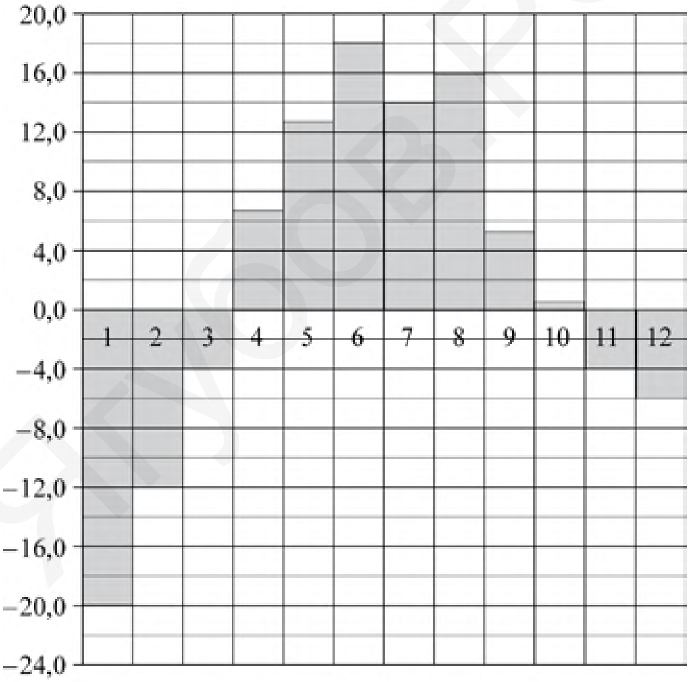
Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Бегун пробежал 126 м за 18 секунд. Найдите среднюю скорость бегуна на дистанции. Ответ дайте в километрах в час.

Ответ: ____________________________.

2 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с положительной среднемесячной температурой в 1973 году.



Ответ: ____________________________.

3 На клетчатой бумаге изображены два круга. Площадь внутреннего круга равна 16. Найдите площадь заштрихованной фигуры.

Ответ: ____________________________.

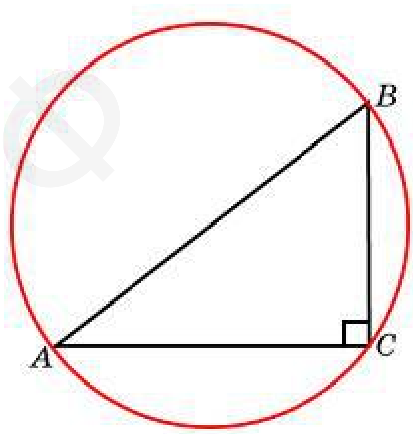
4 В группе 16 учащихся, среди них два друга — Михаил и Олег. Группу случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Михаил и Олег окажутся в одной группе.

Ответ: ____________________________.

5 Найдите корень уравнения $9^{2+5x} = 1{,}8 \times 5^{2+5x}$.

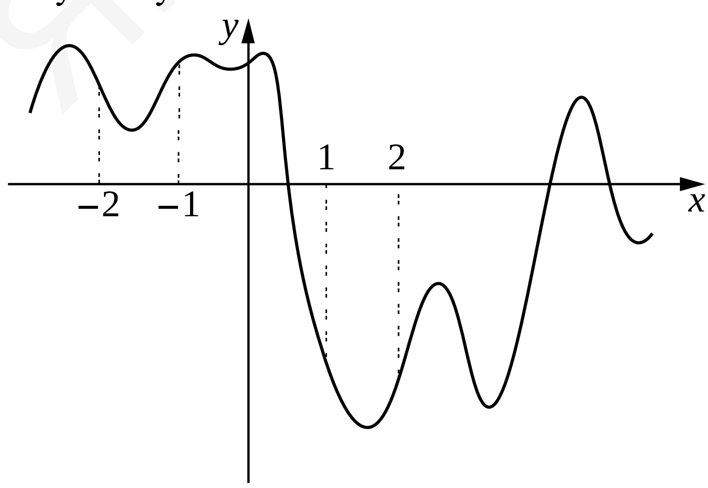
Ответ: ____________________________.

6 В треугольнике ABC угол C равен $90°$, $AC = 7$, $BC = \sqrt{15}$. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



Ответ: ____________________________.

7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки -2, -1, 1, 2. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: ____________________________.

8 Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 8, боковое ребро равно 16. Найдите объём пирамиды.

Ответ: ____________________________.

Часть 2

9 Найдите $\log_a \frac{a^2}{b^5}$, если $\log_a b = -7$.

Ответ: ____________________________.

10 Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землёй, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на холме, видит горизонт на расстоянии 8 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 11,2 километров?

Ответ: ____________________________.

11 Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, вторую треть — со скоростью 90 км/ч, а последнюю — со скоростью 45 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: ____________________________.

12 Найдите точку минимума функции $y = -\frac{x}{x^2 + 225}$.

Ответ: ____________________________.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=\cos x+\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\sin x$.

б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку $\left[-5\pi;\ -\frac{7\pi}{2}\right]$.

14 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все рёбра равны 6. Через точки A, C_1 и середину T ребра A_1B_1 проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ABC.

15 Решите неравенство $|x+1|-\frac{6}{|x+1|}\le 5$.

16 Дан треугольник ABC со сторонами $AC=30$, $BC=40$ и $AB=50$. Вписанная в него окружность с центром I касается стороны BC в точке L, M — середина BC, AP — биссектриса треугольника ABC, O — центр описанной около него окружности.

а) Докажите, что P — середина отрезка LM.

б) Пусть прямые OI и AC пересекаются в точке K, а продолжение биссектрисы AP пересекает описанную окружность в точке Q. Найдите площадь четырёхугольника $OKCQ$.

17 По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект 20 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 13 % по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: целое число n млн рублей в первый и второй годы, а также целое число m млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьшие значения n и m, при которых первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, а за четыре года как минимум утроятся.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$x^3+4x^2-ax+6=0$$

имеет единственный корень на отрезке $[-2;\ 2]$.

19 а) Приведите пример 5 различных натуральных чисел, расставленных по кругу так, что наименьшее общее кратное любых двух соседних чисел равно 105.

б) Можно ли расставить по кругу 8 различных натуральных чисел так, чтобы наименьшее общее кратное двух соседних чисел равнялось 300, а наибольший общий делитель любых трёх подряд идущих чисел равнялся 1?

в) Какое наибольшее количество чисел можно расставить по кругу так, чтобы наименьшее общее кратное любых двух соседних чисел было равно 60?