

## Тренировочные задачи

### Тригонометрические уравнения. 1

Во всех ответах предполагается, что  $n \in \mathbb{Z}$ .

1. Решите уравнение:

а)  $2 \sin^2 x - \sin x = 0;$

б)  $2 \cos^2 x + \sqrt{3} \cos x = 0.$

$$u \cos x + \frac{9}{2} \mp u \cos x + \frac{9}{2} \quad (g) : u \cos x + \frac{9}{2} \quad u \cos x + \frac{9}{2} \quad u \cos x \quad (e)$$

2. Решите уравнение:

а)  $\sin 2x = \sqrt{2} \sin x;$

б)  $\sin 2x + \sqrt{5} \cos x = 0;$

в)  $\sin 2x + 2\sqrt{3} \sin^2 x = 0;$

г)  $\sin 2x - 4 \cos^2 x = 0.$

$$u \cos x + \frac{9}{2} \mp u \cos x + \frac{9}{2} \quad (g) : u \cos x + \frac{9}{2} \quad u \cos x + \frac{9}{2} \quad u \cos x \quad (e)$$

3. Решите уравнение:

а)  $\sin 2x - 2 \cos x + \sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} = 0;$

б)  $3 \sin 2x - 3 \sin x + 4 \cos x - 2 = 0.$

$$u \cos x + \frac{9}{2} \mp u \cos x + \frac{9}{2} \quad (g) : u \cos x + \frac{9}{2} \quad u \cos x + \frac{9}{2} \quad u \cos x \quad (e)$$

4. Решите уравнение:

а)  $\sin^2 x - 3 \sin x + 2 = 0;$

б)  $\cos^2 x + 4 \cos x + 3 = 0;$

в)  $8 \sin^2 x + 2 \sin x - 1 = 0;$

г)  $10 \cos^2 x - 11 \cos x + 3 = 0.$

$$u \cos x + \frac{9}{2} \mp u \cos x + \frac{9}{2} \quad (g) : u \cos x + \frac{9}{2} \quad u \cos x + \frac{9}{2} \quad u \cos x \quad (e)$$

5. Решите уравнение:

а)  $2 \cos^2 x + 2 \sin x = 2,5;$

б)  $4 \sin^2 x - 4 \cos x = 5;$

в)  $2 \cos^2 x + 5 \sin x + 1 = 0;$

г)  $2 \sin^2 x - 5 \cos x + 1 = 0.$

$$u \cos x + \frac{9}{2} \mp u \cos x + \frac{9}{2} \quad (g) : u \cos x + \frac{9}{2} \quad u \cos x + \frac{9}{2} \quad u \cos x \quad (e)$$

6. Решите уравнение:

а)  $\cos 2x - 3 \cos x + 2 = 0;$

б)  $\cos 2x - 3 \sin x - 2 = 0;$

в)  $6 \cos 2x + 25 \sin x - 18 = 0;$

г)  $3 \cos 2x + 19 \cos x + 13 = 0.$

$$\arcsin \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} + 2\pi n \text{ и } \arcsin \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} + \pi + 2\pi n \text{ (в)} \quad \arcsin \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} + 2\pi n \text{ и } \arcsin \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} + \pi + 2\pi n \text{ (в)}$$

7. Решите уравнение:

а)  $2 \cos 2x - 6 \cos^2 x - \sin x + 3 = 0;$

б)  $\cos 2x + 4 \sin^2 x - 3\sqrt{2} \cos x - 5 = 0.$

$$\arcsin \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} + 2\pi n \text{ и } \arcsin \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} + \pi + 2\pi n \text{ (в)}$$

8. Решите уравнение:

а)  $4 \cos^2 x - 3 = 0;$

б)  $4 \sin^2 x - 3 = 0;$

в)  $9 \sin^2 x - 1 = 0;$

г)  $25 \cos^2 x - 16 = 0.$

$$\arcsin \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} + 2\pi n \text{ и } \arcsin \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} + \pi + 2\pi n \text{ (в)}$$

9. (МГУ, ф-т гос. управления, 2009) Решить уравнение

$$\cos 2x - 4\sqrt{2} \cos x + 4 = 0.$$

$$\mathbb{Z} \ni u, \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + 2\pi n \text{ (в)}$$

10. (МГУ, биологич. ф-т, 2006) Решить уравнение

$$3 \cos 2x + 11 \sin x = 7.$$

$$\mathbb{Z} \ni u, \arcsin \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} + 2\pi n \text{ (в)}$$

11. Решите уравнение:

$$\frac{4 \sin x - \cos x}{2 \sin x + 7 \cos x} = 3.$$

$$\arcsin \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} + 2\pi n \text{ (в)}$$

12. Решите уравнение:

а)  $\sin^2 x - 3 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x = 0;$

б)  $2 \sin^2 x - 5 \sin x \cos x - 7 \cos^2 x = 0;$

в)  $6 \sin^2 x + 3 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x = 4;$

г)  $4 \cos^2 x + 5 \sin x \cos x - 3 \sin^2 x + 2 = 0.$

$$\arcsin \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} + 2\pi n \text{ и } \arcsin \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} + \pi + 2\pi n \text{ (в)}$$

13. Найдите все решения уравнения  $5 \sin^2 x + 8 \cos x = 8$ , удовлетворяющие условию  $\sin x > 0$ .

$$\arcsin \frac{3}{5} + 2\pi n \text{ (в)}$$

14. Найдите все решения уравнения  $6 \cos^2 x - \sin x - 4 = 0$ , удовлетворяющие условию  $\cos x < 0$ .

$$\boxed{u\lambda\zeta + \frac{\xi}{2} \text{ цпсэге} + \nu \text{ '} u\lambda\zeta + \frac{9}{\nu\zeta}}$$

15. Найдите все решения уравнения  $\cos 2x - 5 \cos x + 3 = 0$ , удовлетворяющие условию  $\sin x < 0$ .

$$\boxed{u\lambda\zeta + \frac{\xi}{\nu} -}$$

16. Найдите все решения уравнения  $\cos 2x + \sqrt{3} \sin x = 1$ , удовлетворяющие условию  $\cos x > 0$ .

$$\boxed{u\lambda\zeta + \frac{\xi}{\nu} \text{ '} u\lambda\zeta}$$

17. а) Решите уравнение:

$$2 \sin^2 \left( \frac{3\pi}{2} - x \right) + 5 \sin \left( \frac{\pi}{2} + x \right) + 2 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[ \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right]$ .

$$\boxed{\frac{\xi}{\nu\zeta} \text{ '} \frac{\xi}{\nu\zeta} (9 \text{ '} u\lambda\zeta + \frac{\xi}{\nu\zeta} \mp (e$$

18. а) Решите уравнение:

$$5 - 5 \cos \left( \frac{\pi}{2} + x \right) = 2 \cos^2(\pi - x).$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[\pi; 5\pi]$ .

$$\boxed{\frac{\xi}{\nu\zeta} \text{ '} \frac{\xi}{\nu\zeta} (9 \text{ '} u\lambda\zeta + \frac{\xi}{\nu} - (e$$

19. а) Решите уравнение:

$$2 \sin^2(\pi - 3x) + \cos 3x + 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[ -\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2} \right]$ .

$$\boxed{\nu - (9 \text{ '} \frac{\xi}{u\lambda\zeta} + \frac{\xi}{\nu} (e$$

20. а) Решите уравнение:

$$\cos^2 x - \sin x = \cos 2x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[-\pi; 2\pi]$ .

$$\boxed{u\zeta \text{ '} \nu \text{ '} \frac{\xi}{\nu} \text{ '} 0 \text{ '} \nu - (9 \text{ '} u\lambda + \frac{\xi}{\nu} \text{ '} u\lambda (e$$

21. (МГУ, геологич. ф-т, 2007) Решите уравнение:

$$\frac{\cos 2x + \sin x}{\cos x} = \frac{1}{2} \cos x.$$

$$\boxed{\mathbb{Z} \ni u \text{ '} u\lambda + \frac{\xi}{1} \text{ цпсэге} \text{ '} 1+u(1-}$$

22. Решите уравнение:

а)  $5 \cos x + \cos \frac{x}{2} + 3 = 0;$

б)  $\cos x + 3\sqrt{3} \sin \frac{x}{2} = 4.$

$$u \cos \frac{x}{2} + \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} (1 - \cos \frac{x}{2}) (1 + \cos \frac{x}{2}) + \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} (1 - \cos \frac{x}{2}) + \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} (1 + \cos \frac{x}{2}) = 0$$

23. (МГУ, МШЭ, 2005) Найдите все решения уравнения

$$6 \cos \frac{15\pi}{4} \cos \frac{x}{2} - \cos x = 3,$$

принадлежащие отрезку  $[-2; 10,99]$ .

$$\frac{x}{2} \in \left[ \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right]$$

24. Решите уравнение:

а)  $\cos 4x - 6 \cos^2 x + 5 = 0;$

б)  $7 \cos 4x - 12 \sin^2 x + 5 = 0.$

$$u \cos \frac{x}{2} + \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} (1 - \cos \frac{x}{2}) (1 + \cos \frac{x}{2}) + \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} (1 - \cos \frac{x}{2}) + \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} (1 + \cos \frac{x}{2}) = 0$$

25. Решите уравнение:

а)  $\sin 4x + 2 \sin^2 x = 1;$

б)  $\sin 4x + 4 \cos^2 x = 2.$

$$\frac{x}{2} \in \left[ \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right] (1 - \cos \frac{x}{2}) (1 + \cos \frac{x}{2}) + \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} (1 - \cos \frac{x}{2}) + \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} (1 + \cos \frac{x}{2}) = 0$$

26. Решите уравнение:

а)  $\sin x - 2 \operatorname{ctg} x = 0;$

б)  $2 \cos x + 3 \operatorname{tg} x = 0.$

$$u \cos \frac{x}{2} + \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} (1 - \cos \frac{x}{2}) (1 + \cos \frac{x}{2}) + \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} (1 - \cos \frac{x}{2}) + \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} (1 + \cos \frac{x}{2}) = 0$$

27. Решите уравнение:

а)  $\cos 2x + 5 \sin x \cos x = \sqrt{5};$

б)  $12 \cos 2x + 5 \sin 2x = 13.$

$$u \cos \frac{x}{2} + \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} (1 - \cos \frac{x}{2}) (1 + \cos \frac{x}{2}) + \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} (1 - \cos \frac{x}{2}) + \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} (1 + \cos \frac{x}{2}) = 0$$

28. Решите уравнение:

а)  $\cos 4x + 4 \sin^2 x = 1 + 2 \sin^2 2x;$

б)  $4 - 3 \cos 4x = 10 \sin x \cos x.$

$$\frac{x}{2} \in \left[ \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right] (1 - \cos \frac{x}{2}) (1 + \cos \frac{x}{2}) + \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} (1 - \cos \frac{x}{2}) + \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} (1 + \cos \frac{x}{2}) = 0$$

29. Решите уравнение:

а)  $\sin x + 2 \sin^2 x = \sin 2x + \cos x$ ;

б)  $\sin x + \sin 2x + \cos x + 2 \cos^2 x = 0$ .

$$\sin x + 2 \sin^2 x = \sin 2x + \cos x$$

30. Решите уравнение:

а)  $3 \sin x - \sin 2x = 1 - \cos 2x$ ;

б)  $2(\cos x - 1) \sin 2x = 3 \sin x$ .

$$3 \sin x - \sin 2x = 1 - \cos 2x$$

31. Решите уравнение:

$$2(\sin^3 x + \cos^3 x) = \sin 2x(\sin x + \cos x).$$

$$\frac{\cos^2 x}{\sin x} + \frac{\sin^2 x}{\cos x}$$

32. Решите уравнение:

$$\sin^2 x - 5 \cos^2 x + 1 = \sin 2x - 2 \cos 2x.$$

$$\sin x + \frac{\cos^2 x}{\sin x} - \sin 2x + \frac{\cos^2 x}{\sin x}$$