

Тренировочные задачи

Геометрическая прогрессия

1. Между числами 27 и 8 вставьте два числа так, чтобы получилась геометрическая прогрессия.

27, 18, 12, 8

2. Между числами 2 и 18 вставьте три числа так, чтобы получилась геометрическая прогрессия.

2, $2\sqrt[3]{3}$, $6\sqrt[3]{3}$, $18\sqrt[3]{3}$, 18 или $2, -2\sqrt[3]{3}, 6, -6\sqrt[3]{3}, 18$

3. Найти четыре числа, образующих геометрическую прогрессию, у которой сумма крайних членов равна -49 , а сумма средних членов равна 14.

7, -14 , 28 , -56

4. Найти третий член бесконечной геометрической прогрессии со знаменателем $|q| < 1$, сумма которой равна 1,6, а второй член равен $-0,5$.

$\frac{8}{3}$

5. Представьте в виде обыкновенной дроби: а) $0,(4)$; б) $0,(24)$.

а) $\frac{4}{9}$; б) $\frac{24}{99}$

6. Сумма трёх первых членов возрастающей арифметической прогрессии равна 15. Если от первых двух членов этой прогрессии отнять по 1, а к третьему прибавить 1, то полученные три числа составят геометрическую прогрессию. Найти сумму десяти первых членов арифметической прогрессии.

120

7. Найти четыре числа, образующих геометрическую прогрессию, у которой третий член больше первого на 9, а второй больше четвёртого на 18.

3, -6 , 12 , -24

8. Знаменатель конечной геометрической прогрессии равен $1/3$, четвёртый член этой прогрессии равен $1/54$, а сумма всех её членов равна $121/162$. Найти число членов прогрессии.

5

9. Произведение первых трёх членов геометрической прогрессии равно 1728, а их сумма равна 63. Найти первый член и знаменатель прогрессии.

3, 4 или $48, 1/4$

10. Три числа составляют геометрическую прогрессию. Если от третьего отнять 4, то числа составят арифметическую прогрессию. Если же от второго и третьего членов полученной арифметической прогрессии отнять по 1, то снова получится геометрическая прогрессия. Найти эти числа.

1, 3, 9 или $\frac{1}{49}, \frac{1}{7}, \frac{9}{7}$

11. Найти четыре числа, первые три из которых образуют геометрическую прогрессию, а последние три — арифметическую прогрессию. Сумма крайних чисел равна 21, сумма средних чисел равна 18.

3; 6; 12; 18 или 11,25; 6,75; 2,25

12. Три числа, из которых третье равно 12, образуют геометрическую прогрессию. Если вместо 12 взять 9, то получится арифметическая прогрессия. Найти эти числа.

3, 6, 12 или 27, 18, 12

13. Длины сторон треугольника представляют собой три последовательных члена возрастающей геометрической прогрессии. Что больше: знаменатель этой прогрессии или число 2?

Число 2

14. (МГУ, ф-т психологии, 1987) Сумма первых пяти членов геометрической прогрессии на $\frac{3}{2}$ больше, чем сумма первых трёх членов, а пятый член равен учетверённому третьему. Найти четвёртый член прогрессии, если знаменатель положителен.

$\frac{2}{1}$

15. (МГУ, химический ф-т, 1989) Произведение первого, третьего и одиннадцатого членов геометрической прогрессии равно 8. Найти произведение второго и восьмого её членов.

4

16. (МГУ, ф-т почвоведения, 1995) Четвёртый член арифметической прогрессии равен половине второго, который на 36 больше, чем третий член некоторой геометрической прогрессии. Найти первый член арифметической прогрессии, если он вдвое больше первого члена геометрической прогрессии и вдесятеро больше второго члена геометрической прогрессии.

50

17. (МГУ, физический ф-т, 2002) Числа a_1, a_2, a_3 образуют арифметическую прогрессию, а числа $a_1 - 1, a_2 + 1, a_3 + 15$ — геометрическую. Найти a_1 , если $a_1 + a_2 + a_3 = 24$.

4 или 28

18. (МГУ, географич. ф-т, 2002) Найти два различных корня уравнения $x^2 - 6px + q = 0$, если p, x_1, x_2, q — геометрическая прогрессия.

$1-x, -3, 9$ или $1-x, 2, 4$

19. (МГУ, мехмат, 2003) Первый член конечной геометрической прогрессии с целочисленным знаменателем меньше последнего, но не более чем на 17, а сумма её членов со второго по последний не меньше 26. Найдите знаменатель прогрессии.

2

20. (МГУ, ВМК, 2003) Сумма первых тридцати членов геометрической прогрессии с ненулевым первым членом и ненулевым знаменателем равна удвоенной сумме её первых десяти членов. Найдите знаменатель этой прогрессии.

$$\frac{1}{1-q^{30}} \sum_{i=1}^{30} q^i = 2 \cdot \frac{1}{1-q^{10}} \sum_{i=1}^{10} q^i$$

21. (МГУ, ф-т фундаментальной медицины, 2003) Найти все x , при которых $\sin x$, $\operatorname{tg} x$ и $\frac{1}{\cos x}$ являются последовательными членами геометрической прогрессии.

$$\mathbb{Z} \ni u \cdot u^2 + \frac{1}{u}$$

22. (МГУ, географич. ф-т, 2003) Разность девятого и третьего членов знаменательной геометрической прогрессии равна её шестому члену, умноженному на $24/5$. Найдите отношение десятого члена прогрессии к её пятому члену.

$$\frac{q^9}{q^5} = 5 \cdot \frac{24}{5} q^6$$

23. (МГУ, геологич. ф-т, 2003) Целые числа k , n и m в указанном порядке образуют геометрическую прогрессию с целым знаменателем. Известно, что число m на 39 больше, чем k , а прогрессия не является возрастающей. Чему равна сумма чисел k , n и m ?

$$69$$

24. (МГУ, филологич. ф-т, 2003) Даны такие арифметическая прогрессия a_n и геометрическая прогрессия b_n , что $a_1 = b_1$, $a_4 = b_3$, $a_2 a_3 - b_2^2 = 8$. Найдите разность арифметической прогрессии.

$$27$$

25. (МГУ, социологич. ф-т, 2003) Определите все значения параметра a , при каждом из которых три различных корня уравнения

$$x^3 + (a^2 - 9a)x^2 + 8ax - 64 = 0$$

образуют геометрическую прогрессию. Найдите эти корни.

$$8 = 2x, 4 = 2x^2, 2 = 1x^3, 1 = 2x^4 = 0$$

26. (МГУ, ВМК, 2004) Четыре числа a_1 , a_2 , a_3 и a_4 образуют в указанном порядке геометрическую прогрессию. Если к ним прибавить 6, 7, 6 и 1 соответственно, то получатся числа, образующие в том же порядке арифметическую прогрессию. Найдите числа a_1 , a_2 , a_3 и a_4 .

$$2, 4, 8, 16$$

27. (МГУ, социологич. ф-т, 2005) Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия содержит член $b_n = 1/8$. Отношение суммы членов прогрессии, стоящих перед b_n , к сумме членов, стоящих после b_n , равно 14. Найдите n , если сумма всей прогрессии равна 2.

$$4$$

28. (Олимпиада «Ломоносов», 2007) Какие значения может принимать выражение

$$\log_{b_{11}b_{50}}(b_1b_2 \dots b_{60}),$$

где b_1, b_2, \dots — геометрическая прогрессия?

30

29. (МГУ, химический ф-т, 2007) Положительные числа b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 образуют геометрическую прогрессию, а числа $b_5, 6b_3, 27b_1$ образуют арифметическую прогрессию. Найдите все возможные знаменатели геометрической прогрессии b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 .

3/3; 3

30. (МГУ, ф-т почвоведения, 2007) Сумма положительной бесконечно убывающей геометрической прогрессии в 4 раза больше её второго члена. Во сколько раз второй член меньше первого?

В 2 раза