Математическая олимпиада школьников имени Г.П. Кукина

20.12.15 • 9 класс

г. Омск

Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина, создателя системы городских математических олимпиад.

1. Три попарно различных числа подобраны так, что квадрат первого равен сумме квадратов второго и третьего, а квадрат второго равен квадрату суммы первого и третьего. Чему может быть равна сумма этих трёх чисел? Дайте полный и обоснованный ответ на этот вопрос. (*Штерн А.С.*)

2. Замените в словах СОРОКА и ВОРОНА буквы цифрами так, чтобы разность между большим и меньшим из этих чисел имела сумму цифр 40. Разные буквы нужно заменять разными цифрами, а одинаковые – одинаковыми. Не забудьте показать, что Ваш пример годится. (*Штерн А.С.*)

3. В треугольнике ABC угол C прямой, угол B=60°, BD – биссектриса. Точка K выбрана на отрезке AC, точка M – на отрезке AB, так что треугольник KMD – правильный. Найдите отношение MC/AK. (*Усов С.В.*)

4. В марсианском парламенте заседают депутаты трёх партий: «Шипящие», «Согласные» и «Гласные», причём в каждой фракции по 70 человек. На голосование был поставлен проект закона «О реконструкции марсианских каналов». После голосования все депутаты были опрошены и дали такие данные.

	За	Против	Воздержались
Шипящие	10	50	10
Согласные	20	30	20
Гласные		10	60

Известно, из «согласных» депутатов сказали правду те и только те, кто поддержал законопроект, из «гласных» те и только те, кто проголосовал против, а из «шипящих» - воздержавшиеся. Кроме того, автоматическая система подсчета установила, что кнопку «Против» нажимали вдвое чаще, чем кнопку «Воздержаться». Законопроект считается принятым, если за него подано не менее 50% голосов. Был ли принят законопроект? (*Усов С.В.*)

5. В равнобедренном треугольнике ABC AC=CB. Построена окружность с центром в вершине C, радиус которой меньше высоты CH треугольника. Прямые AP и BQ касаются окружности так, что точки касания P и Q расположены по одну сторону от прямой CH. Докажите, что точки H, P, и Q лежат на одной прямой. (*Балканская олимпиада*)

6. Натуральное число называется элегантным, если у него больше одного простого делителя, и оно делится на сумму любых двух своих различных простых делителей. Найдите все четырёхзначные элегантные числа. (*Штерн А.С.*)