

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ИМЕНИ Г.П. КУКИНА

21.12.14. 8 класс

г. Омск

*Математическая олимпиада ОмГУ носит имя профессора Г.П. Кукина,
создателя системы городских математических олимпиад.*

1. Улитка ползет вокруг циферблата часов против часовой стрелки с постоянной скоростью. Она стартовала в 12.00 с отметки 12 часов, и закончила полный круг ровно в 14.00. Какое время показывали часы, когда улитка в ходе своего движения встречалась с минутной стрелкой?
С.Усов
2. В каждую клетку таблицы 2×2 вписано по одному числу. Все числа различны, сумма чисел в первой строке равна сумме чисел во второй строке, а произведение чисел в первом столбце равно произведению чисел во втором столбце. Найдите сумму всех четырёх чисел.
А.Штерн
3. Существует ли натуральное число, у которого все цифры различны и каждая равна остатку от деления этого числа на сумму остальных цифр?
А.Шаповалов
4. Биссектрисы углов A и C разрезают неравнобедренный треугольник ABC на четырёхугольник и три треугольника, причём среди этих трёх треугольников есть два равнобедренных. Найдите углы треугольника ABC .
А.Штерн
5. Все делители натурального числа N , кроме N и единицы, выписали в ряд по убыванию: $d_1 > d_2 > \dots > d_k$. Оказалось, что в каждой паре делителей, одинаково удалённых от концов этого ряда, больший делитель делится на меньший (то есть d_1 делится на d_k , d_2 – на d_{k-1} и т.д.). Докажите, что в любой паре делителей числа N больший делитель делится на меньший.
С.Усов
6. Двое играют в такую игру. За один ход можно положить в какую-то из клеток квадратной доски 1001×1001 один камешек (первоначально доска пуста; в одной клетке может лежать любое число камешков). Ходят по очереди. Как только в каком-то ряду (вертикали или горизонтали) оказывается более 5 камешков, сделавший последний ход признается проигравшим. Кто из игроков сможет выиграть независимо от действий соперника: тот, кто делает первый ход или тот, кто ходит вторым?
С.Усов