

# **Олимпиада им. Г.П.Кукина**

## **10 класс. 2011-2012 уч. год.**

1. На складе находилось 25 белых стеклянных чашек и 35 черных фарфоровых. Каждая стеклянная чашка, падая, разбивается на 7 осколков, а каждая фарфоровая на 8 осколков. Сторож перекрасил несколько стеклянных чашек в черный цвет, а несколько фарфоровых - в белый, и случайно разбил все чашки. Могло ли белых осколков оказаться столько же, сколько и черных? (*фольклор*)
2. Запишите последовательность из 2012 чисел так, чтобы первый её член совпадал с количеством членов последовательности, равных нулю; второй член – с количеством членов последовательности, равных единице и т.д. Последний 2012-й член должен совпадать с количеством членов, равных числу 2011. (*фольклор*)
3. Прямая  $l$  касается некоторой окружности в точке А. Р – точка, диаметрально противоположная точке А. Проведена ещё одна окружность, которая внешним образом касается первой окружности, касается прямой  $l$ , и лежит по ту же сторону от прямой  $l$ , что и первая окружность. Докажите, что длина отрезка касательной, проведённой из точки Р к второй окружности, не зависит от радиуса второй окружности. (*фольклор*)
4. Десятиклассники Андрей, Борис, Вася и Гена написали по числу, причём разные школьники написали разные числа. Если перемножить любые два числа, которые записали разные школьники, то снова получится одно из записанных чисел. Одно из чисел равно 2012. Найдите остальные числа. (*Штерн А.С.*)
5. На доске написано число 2. Петя и Вася ходят по очереди, изменяя число: либо дописав одну цифру в конец, либо стерев последнюю цифру предыдущего числа, либо переставив цифры предыдущего числа. Оставлять число без изменения нельзя, но можно повторять то, что было раньше. Первым ходом Петя должен получить число кратное 2, затем Вася – кратное 3, Петя – кратное 4 и т.д. Кто не сможет сделать ход – проигрывает. Кто выиграет при правильной игре? (*Усов С.В.*)
6. У алхимики имеется 45 мер серы и 45 мер кислоты. Он может проводить алхимические реакции двух типов. Если он соединит меру серы и меру кислоты, получится мера ртути. А если соединит одну меру ртути и одну меру кислоты, то получится три меры кислоты. Для приготовления меры философского зелья алхимику необходимо взять 1 меру ртути, 2 меры

серы и 3 меры кислоты. Какое наибольшее число мер философского зелья сможет приготовить алхимик? (Все алхимические операции можно проводить только с целым числом мер каждого вещества). (*Усов С.В.*)

[www.ashap.info/Turniry/Kukin/index.html](http://www.ashap.info/Turniry/Kukin/index.html)

ЯГУБОВ.РФ