Олимпиада им. Г.П.Кукина

9 класс. 2010-2011 уч. год.

1. Числа *x, y* и *z* подобраны так, что выполнены равенства $x(x-1)+2yz = y(y-1)+2xz = z(z-1)+2yx$.

   Какие значения может принимать величина $(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2$? (*фольклор*)

2. Высота AH и биссектриса CK треугольника ABC разбивают его на четыре части, две из которых – равнобедренные треугольники. Найдите отношение AC:BC. (*фольклор*)

3. Сумма трёх натуральных чисел (не обязательно различных) делится на каждое из этих чисел. Какие значения может принимать эта сумма? Объясните, почему другие значения невозможны. (*Штерн А.С.*)

4. В равнобедренном треугольнике вписанная окружность касается основания *AB* в точке *F*, а боковых сторон *BC* и *AC* – в точках *D* и *E* соответственно. Отрезок *AD* пересекает окружность в точке *Q*. Докажите, что прямая *EQ* делит отрезок *AF* пополам. (*фольклор*)

5. Каждая клетка клетчатого квадрата 2010×2010 покрашена в синий или красный цвет. Известно, что в каждом столбце синих и красных клеток поровну, и в каждой строке синих и красных клеток поровну. Докажите, что найдутся две клетки одного цвета, симметричные относительно центра. (*фольклор*)

6. Есть прибор, который за одно испытание для любых 5 камней определяет среди них средний по весу. Как найти средний из 7 камней разного веса не более чем за 5 испытаний? (*Кноп К.А.*)

www.ashap.info/Turniry/Kukin/index.html

Ягубов.РФ