

Олимпиада им. Г.П.Кукина

10 класс. 2008-2009 уч. год

1. Расставьте в равенстве $(x^2 - *x + *)(x^2 - *x + *)(x^2 - *x + *) = 0$ вместо звёздочек числа 2, 3, 4, 5, 6, 7 так, чтобы и сумма и произведение всех различных корней полученного уравнения были равны 6? (Штерн А.С.)
2. В каждой клетке квадрата 2008×2008 стоит целое число. При этом в каждой строке квадрата образовалась арифметическая прогрессия. Докажите, что сумма всех чисел в таблице делится на 4. (Усов С.В.)
3. AA_1 , BB_1 , CC_1 – медианы треугольника ABC . O_1 , O_2 , O_3 – точки пересечения медиан треугольников AA_1B , BB_1C и CC_1A соответственно. Найти площадь треугольника $O_1O_2O_3$, если площадь треугольника ABC равна 1. (Кукина Е.Г.)
4. На каждой клетке шахматной доски стоит по королю черного или белого цвета так, что каждый бьет больше королей чужого цвета, чем своего. Может ли белых и черных королей быть не поровну? (Король бьет на одну клетку по вертикали, горизонтали или диагонали в любом направлении) (Шановалов А.В.)
5. Имеется много коробок, в каждой из которых лежат шарики трёх цветов: красные, синие и белые (все три цвета присутствуют в каждой коробке). Красный шарик настолько же легче белого, насколько белый легче синего. Известно, что в каждой коробке лежит по 20 шариков, в одной из самых тяжёлых коробок (возможно, есть другие такого же веса, но нет более тяжёлых) 7 красных, 12 белых и 1 синий шарик, а всего синих шариков 1000. Какое наименьшее количество красных шариков может лежать в коробках? (Усов С.В.)
6. Люк загадал двузначное число, разбил его на сумму двух различных натуральных чисел и сообщил одно из этих чисел роботу R2-D2, а второе роботу С-ЗРО. Само число Люк роботам не сообщал, а сказал только, что их числа различны, и дают в сумме двузначное число. После чего между роботами состоялся следующий диалог. R2-D2: «Я не знаю, какое из наших чисел больше». С-ЗРО: «И я этого не знаю. Сообщаю, что моё число делится на 17». R2-D2: «Теперь я знаю, какое число загадал Люк». Какое? (Усов С.В.)