II вариант

Задача 1. Что больше: 1 или $\dfrac{27}{80}+\dfrac{46}{137}+\dfrac{63}{188}$?

Задача 2. В футбольном турнире играли семь команд: каждая команда по одному разу сыграла с каждой. В следующий круг отбираются команды, набравшие двенадцать и более очков. За победу даётся 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0 очков. Какое наибольшее количество команд может выйти в следующий круг?

Задача 3. При каком наименьшем натуральном k выражение $2019\cdot 2020\cdot 2021\cdot 2022+k$ является квадратом натурального числа?

Задача 4. Точка O лежит внутри равнобедренного прямоугольного треугольника ABC. Расстояние от неё до вершины A прямого угла равно 5, до вершины B равно 6, до вершины C равно 4. Найти площадь треугольника ABC.

Задача 5. Обозначим $f(x)=3x^2-7x-11$. Решите уравнение $f(f(x))=x$.

Задача 6. Найдите все значения, которые может принимать выражение

$$4\arcsin x-\arccos y$$

при условии $x^2+y^2=1$.

Задача 7. Дан треугольник ABC. На отрезках AB и BC выбраны точки X и Y соответственно так, что $AX=BY$. Оказалось, что точки A, X, Y и C лежат на одной окружности. Пусть L — такая точка на отрезке AC, что $XL\parallel BC$. Докажите, что BL — биссектриса треугольника ABC.

Задача 8. При каких значениях параметра a уравнение

$$2\log_{16}(2x^2-x-2a-4a^2)-\log_4(x^2-ax-2a^2)=0$$

имеет два различных корня, сумма квадратов которых принадлежит интервалу $(0;4)$?

Задача 9. В лагерь приехали школьники, среди которых были Петя, Вася и Тимофей, не знакомые друг с другом, однако у каждого из которых были знакомые среди приехавших детей. Петя заметил, что ровно $1/2$ его знакомых знакома с Васей, а ровно $1/7$ – с Тимофеем; Вася заметил, что $1/3$ его знакомых знакомы с Петей, а $1/6$ — с Тимофеем; наконец, Тимофей заметил, что ровно $1/5$ его знакомых знакомы с Петей. А какую часть среди знакомых Тимофея составляют знакомые Васи?

Задача 10. Назовём *горой* усечённый прямой круговой конус с длиной окружности нижнего основания 10, а верхнего основания — 9. Склон горы наклонён под углом 60° к плоскости основания. На окружности нижнего основания лежит точка A. Турист начинает подъём по склону из точки A к ближайшей точке верхнего основания, а затем продолжает свой путь по краю верхнего основания, и проходит расстояние 3 (см. рис). После этого он возвращается в точку A кратчайшим маршрутом. Чему равна длина обратного пути?

