

## ЗАДАНИЕ 19. СТАТИСТИКА, ВЕРОЯТНОСТЬ

### ВЕРОЯТНОСТЬ СОБЫТИЯ. ПРОСТЫЕ ЗАДАЧИ

Вероятность события находится в промежутке от 0 до 1.

Если вероятность события равна 0, то такое событие точно **НЕ** произойдёт.

Если вероятность события равна 1, то такое событие точно произойдёт.

Если вероятность события равна 0,5, то такое событие произойдёт в половине случаев.

$$\text{вероятность} = \frac{\text{благоприятные исходы}}{\text{все исходы}}$$

#### ПРИМЕР №1

Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,03.

Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

У нас есть два исхода. В одном исходе ручка не пишет. Во втором исходе ручка пишет. В сумме вероятность этих исходов равна 1.

Чтобы найти вероятность того, что ручка пишет хорошо, нужно из 1 вычесть вероятность того, что ручка пишет плохо (или не пишет).

$$1 - 0,03 = 0,97.$$

Ответ: 0,97.

#### ПРИМЕР №2

На тарелке 10 пирожков: 3 с мясом, 3 с капустой и 4 с вишней. Саша наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.

С вишней 4 пирожка. Всего 10 пирожков. Значит, вероятность того, что попадётся пирожок с вишней, равна  $4/10$ , т.е. 0,4.

Ответ: 0,4.

#### ПРИМЕР №3

В фирме такси в данный момент свободно 10 машин: 2 черных, 4 жёлтых и 4 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.

Жёлтых такси 4. Всего такси 10. Значит, вероятность того, что попадётся жёлтое такси, равна  $4/10$ , т.е. 0,4.

Ответ: 0,4.

#### ПРИМЕР №4

Родительский комитет закупил 20 пазлов для подарков детям на окончание года, из них 12 с машинами и 8 с видами городов. Подарки распределяются случайным образом. Найдите вероятность того, что Андрюше достанется пазл с машиной.

Пазлов с машиной 12. Всего 20 пазлов. Значит, вероятность выпадения пазлов с машиной равна  $12/20$ . Если разделить на 2, то получится  $6/10$ , т.е. 0,6.

Ответ: 0,6.

### ПРИМЕР №5

В соревнованиях по толканию ядра участвуют 7 спортсменов из Финляндии, 7 спортсменов из Италии, 3 спортсмена из Аргентины и 3 – из Украины. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что седьмым будет выступать спортсмен из Украины.

Всего спортсменов:  $7 + 7 + 3 + 3 = 20$ .

Всего спортсменов из Украины 3. Значит, вероятность того, что спортсмен из Украины будет седьмым, равна  $3/20$ . Можно домножить на 5, и получится  $15/100$ , т.е. 0,15.

\* В условии спрашивается о седьмом спортсмене, но от этого ничего не меняется. Всё равно вероятность будет 0,15 вне зависимости от того, первый это спортсмен, пятый или двадцатый.

Ответ: 0,15.

### ПРИМЕР №6

В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из России.

Всего спортсменов:  $13 + 2 + 5 = 20$ .

Всего спортсменов из России 13. Значит, вероятность того, что спортсмен из России будет седьмым, равна  $13/20$ . Можно домножить на 5, и получится  $65/100$ , т.е. 0,65.

\* В условии спрашивается о первом спортсмене, но от этого ничего не меняется. Всё равно вероятность будет 0,65 вне зависимости от того, первый это спортсмен, пятый или двадцатый.

Ответ: 333.

### ПРИМЕР №7

Девятиклассники Петя, Катя, Ваня, Даша и Наташа бросили жребий, кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должна будет девочка.

Всего 5 девятиклассников. Из них 3 девочки (Катя, Даша, Наташа). Значит, вероятность того, что начнёт игру девочка, равна  $3/5$ . Домножим на 2, и получится  $6/10$ , т.е. 0,6.

Ответ: 0,6.

### ПРИМЕР №8

На экзамене 60 билетов, Костя не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

Всего 60 билетов. 3 невыученные. 57 выученные ( $60 - 3 = 57$ ). Значит, вероятность того, что попадётся выученный билет равна  $57/60$ . Разделим на 3, получится  $19/20$ . Домножим на 5, получится  $95/100$ , т.е. 0,95.

Ответ: 0,95.

### ПРИМЕР №9

В среднем из каждых 150 поступивших в продажу аккумуляторов 144 аккумулятора заряжены. Найдите вероятность того, что выбранный в магазине наудачу аккумулятор не заряжен.

Всего 150 аккумуляторов. 144 аккумулятора заряжено. 6 аккумуляторов не заряжено ( $150 - 144 = 6$ ). Значит, вероятность того, что попадётся незаряженный аккумулятор, равна  $6/150$ . Разделим на 6, и получится  $1/25$ . Домножим на 4 и получится  $4/100$ , т.е. 0,04.

**Ответ: 0,04.**

### **ПРИМЕР №10**

**В каждой десятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Варя покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Варя не найдёт приз в своей банке.**

В каждой десятой банке приз. Это значит, что в 1 банке из 10 будет приз. В 9 из 10 банок призов не будет. Значит, вероятность того, что Варя не найдёт приз, равна  $9/10$ , т.е. 0,9.

**Ответ: 0,9.**

### **ПРИМЕР №11**

**В магазине канцтоваров продаётся 100 ручек, из них 37 – красные, 8 – зелёные, 17 – фиолетовые, ещё есть синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что Алиса наугад вытащит красную или чёрную ручку.**

Красных ручек: 37

Чёрных и синих ручек:  $100 - 37 - 8 - 17 = 38$

Чёрных ручек:  $38 : 2 = 19$

Красных и чёрных ручек:  $37 + 19 = 56$ .

Нужно найти вероятность, что выпадет 56 нужных ручек из 100. Она равна  $56/100$ , т.е. 0,56.

**Ответ: 0,56.**

## ТРЁХЗНАЧНЫЕ ЧИСЛА

Нужно знать:

**Однозначных** чисел (от 0 до 9) всего **10** (не 9!!!).

**Двухзначных** чисел (от 10 до 99) всего **90** (не 89!!!).

**Трёхзначных** чисел (от 100 до 999) всего **900** (не 899!!!).

### ПРИМЕР №1

**Коля** выбирает трёхзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 5.

Всего трёхзначных чисел **900** (от 100 до 999).

Теперь нужно найти все числа в промежутке от 100 до 999, которые делятся на 5:

**100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110...**

Заметим, что на 5 делится каждое пятое число. Значит, таких всего таких чисел будет в 5 раз меньше от общего количества:  $900 : 5 = 180$ . Столько трёхзначных чисел делится на 5.

Разделим количество благоприятных исходов на общее количество исходов.  $180 : 900 = 0,2$ . Такова вероятность, что число будет делиться на 5.

**Ответ: 0,2.**

### ПРИМЕР №2

**Андрей** выбирает трёхзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 33.

Всего трёхзначных чисел **900** (от 100 до 999).

Теперь нужно найти все числа в промежутке от 100 до 999, которые делятся на 33.

**Способ №1.**  $900 : 33 \approx 27,27$ . Теперь не округляем, а берём целочисленную часть. Она равна 27.

**Способ №2.** Выписываем все числа.

**132, 165, 198, 231, 264, 297, 330, 363, 396, 429, 462, 495, 528, 561, 594, 627, 660, 693, 726, 759, 792, 823, 858, 891, 924, 957, 990.**

Получается всего 27 чисел.

Разделим количество благоприятных исходов на общее количество исходов.  $27 : 900 = 0,03$ . Такова вероятность, что число будет делиться на 33.

**Ответ: 0,03.**

## РАЗНИЦА МЕЖДУ ЧАСТОТОЙ И ВЕРОЯТНОСТЬЮ

Вероятность какого-то события не означает, что в условиях эксперимента она подтвердится. Например, когда кидают монетку, вероятность выпадения орла равна 0,5. Если кинуть монетку 1000 раз, то орёл в теории должен выпасть  $0,5 \cdot 1000 = 500$  раз. Но на деле орёл может выпасть, например, 492 раза. Или 550. Или 501. Или 500.

Итак, **вероятность** – это теория.

**Частота** – это практика.

### ПРИМЕР №1

Известно, что в некотором регионе вероятность того, что родившийся младенец окажется мальчиком, равна 0,486. В 2011 г. в этом регионе на 1000 родившихся младенцев в среднем пришлось 522 девочки. На сколько частота рождения девочки в 2011 г. в этом регионе отличается от вероятности этого события?

Обращаем внимание, что в вопросе идёт речь о девочках, а не о мальчиках.

**Вероятность (теория).** Если вероятность рождения мальчика равна 0,486, то вероятность рождения девочки равна  $1 - 0,486 = 0,514$ .

**Частота (практика).** Из 1000 детей родилось 522 девочки. То есть их частота равна  $522 : 1000 = 0,522$ .

Разница между частотой и вероятностью:  $0,522 - 0,514 = 0,008$ .

Ответ: **0,008**.

### ПРИМЕР №2

Во время вероятностного эксперимента монету бросили 1000 раз, 532 раза выпал орёл. На сколько частота выпадения решки в этом эксперименте отличается от вероятности этого события?

Обращаем внимание, что в вопросе идёт речь о решке, а не об орле.

**Вероятность (теория).** Когда кидают монетку, то возможно два исхода – или выпадет орёл, или выпадет решка. У каждого из этого исходов вероятность равна **0,5**.

**Частота (практика).** Из 1000 бросков 532 раза выпал **орёл**. Значит,  $1000 - 532 = 468$  раз выпала **решка**. Частота выпадения решки равна  $468 : 1000 = 0,468$ .

Разница между вероятностью и частотой:  $0,5 - 0,468 = 0,032$ .

Ответ: **0,032**.

### ПРИМЕР №3

Тренер решил послать на соревнования того стрелка, у которого относительная частота попаданий выше. Кого из стрелков выберет тренер? Укажите в ответе его номер.

Номер стрелка	Число выстрелов	Число попаданий
1	32	6
2	30	16
3	60	10
4	67	38

Чтобы найти частоту попаданий, **разделим число попаданий на число выстрелов.**

Заметим, что у первого и третьего стрелков очень низкое число попаданий (меньше половины). Поэтому **1-го и 3-го стрелков сразу отбрасываем.**

Считаем частоту у 2-го и 4-го стрелков:

2-й стрелок.  $16/30 \approx 0,533$ .

4-й стрелок.  $38/67 \approx 0,567$ .

Тренер выберет **стрелка №4.**

**Ответ: 4.**

Ягубов.РФ

## БРОСАНИЕ МОНЕТКИ/КУБИКА НЕСКОЛЬКО РАЗ

В таких задачах нужно:

- 1) Составить табличку со всеми возможными исходами.
- 2) Найти количество исходов, про которые спрашивается в вопросе.
- 3) Разделить их число на общее количество возможных исходов.

### Возможные исходы бросания монетки (О = Орёл; Р = Решка)

Монетку бросают два раза

ОО	РО
ОР	РР

Монетку бросают три раза

ООО	OPP
OOP	POP
OPO	PPO
POO	PPP

Монетку бросают три раза

OOOO	POOO	OPPO	PPOP
OOOP	OOPP	POPO	POPP
OOP O	OPOP	PPOO	OPPP
OPOO	POOP	PPPO	PPPP

### Возможные исходы бросания кубика

Кубик бросают один раз

1	4
2	5
3	6

Кубик бросают два раза

11	21	31	41	51	61
12	22	32	42	52	62
13	23	33	43	53	63
14	24	34	44	54	64
15	25	35	45	55	65
16	26	36	46	56	66

Также нужно знать, что:

**Нечётные числа** – это те числа, которые **НЕ** делятся без остатка на 2 (например, 1, 3, 5, 7...).

**Чётные числа** – это те числа, которые делятся без остатка на 2 (например, 2, 4, 6, 8...).

**Правило округления:**

- Цифра меньше 5 сокращается в **меньшую** сторону
- Цифра больше 5 или равная 5 сокращается в **большую** сторону

Примеры:

149  $\approx$  150; 4853  $\approx$  4850; 10435  $\approx$  10440

### ПРИМЕР №1

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно 2 раза.

Возможные исходы при бросании монетки дважды:

ОО	РО
ОР	РР

Всего возможных исхода 4, и только в 1-м из них орёл выпадет два раза. Значит, вероятность равна  $1/4 = 0,25$ .

**Ответ: 0,25.**

### ПРИМЕР №2

**В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно 2 раза.**

Возможные исходы при бросании монетки трижды:

ООО	OPP
OOP	POP
OPO	PPO
POO	PPP

Всего возможных исходов 8, и только в 3-х из них орёл выпадет два раза. Значит, вероятность равна  $3/8 = 0,375$ .

**Ответ: 0,375.**

### ПРИМЕР №3

**В случайном эксперименте симметричную монету бросают четыре раза. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно 3 раза.**

Возможные исходы при бросании монетки четырежды:

OOOO	POOO	OPPO	PPOP
OOOP	OOPP	POPO	POPP
OOP O	OPOP	PPOO	OPPP
OPOO	POOP	PPPO	PPPP

Всего возможных исходов 16, из них в 4-х орёл выпадет три раза. Значит, вероятность равна  $4/16 = 1/4 = 0,25$ .

**Ответ: 0,25.**

### ПРИМЕР №4

**Определите вероятность того, что при бросании кубика выпало нечётное число очков.**

Нечётные числа – это те числа, которые **НЕ** делятся без остатка на 2.

Возможные исходы при бросании кубика один раз:

1	4
2	5
3	6

Всего возможных исходов 6, из них в 3-х выпадет нечётное число. Значит, вероятность равна  $3/6 = 1/2 = 0,5$ .

Ответ: 0,5.

### ПРИМЕР №5

Игральную кость бросают дважды. Найдите вероятность того, что хотя бы раз выпало число, большее 3. Ответ округлите до десятых.

Числа, большие 3 на игральном кубике, – это 4, 5 и 6.

Возможные исходы при бросании кубика два раза:

11	21	31	41	51	61
12	22	32	42	52	62
13	23	33	43	53	63
14	24	34	44	54	64
15	25	35	45	55	65
16	26	36	46	56	66

Всего 36 исходов, из них в 27 выпадет число, большее трёх. Значит, вероятность равна  $27/36 = 3/4 = 0,75$ .

Ответ нужно округлить до десятых. Раз на конце стоит 5, то округляем в большую сторону:  $0,75 \approx 0,8$ .

Ответ: 0,8.

# СЛОЖЕНИЕ И ПЕРЕМНОЖЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

## Сложение вероятностей

Если и спрашивают, с какой вероятностью произойдёт **ИЛИ** одно событие, **ИЛИ** другое, то вероятности **складывают**.

## Перемножение вероятностей

Если и спрашивают, с какой вероятностью произойдёт **И** одно событие, **И** другое, то вероятности **перемножают**.

### ПРИМЕР №1

На экзамене по геометрии школьнику достаётся одна задача из сборника. Вероятность того, что эта задача на тему «Трапеция», равна 0,4. Вероятность того, что это окажется задача на тему «Треугольники» равна 0,3. В сборнике нет задач, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется задача по одной из этих двух тем.

Нам нужно найти вероятность того, что попадётся задача по одной из тем. Иными словами, попадётся задач **ИЛИ** на тему «Трапеция», **ИЛИ** на тему «Треугольники».

Значит, вероятности складываются:  $0,4 + 0,3 = 0,7$ .

Ответ: 0,7.

### ПРИМЕР №2

Стрелок 3 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок первые 2 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся.

Вероятность попадания равна 0,8. Значит, вероятность непопадания равна 0,2 ( $1 - 0,8 = 0,2$ ).

Надо найти вероятность того, что:

**1-й выстрел.** Попадание (вероятность равна **0,8**).

**2-й выстрел.** Попадание (вероятность равна **0,8**).

**3-й выстрел.** Промах (вероятность равна **0,2**).

Должны совпасть все три события: **И** попадание, **И** попадание, **И** промах. Поэтому перемножаем вероятности:  $0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 = 0,128$ .

Ответ: 0,128.