

## ЗАДАНИЕ 1. ЧИСЛА И ВЫЧИСЛЕНИЯ

### ОБЩАЯ ИНФОРМАЦИЯ

#### Основные операции с натуральными числами

##### СЛОЖЕНИЕ

Прибавить 1 к числу означает получить число, следующее за данным:  $4+1=5$ ,  $13+1=14$  и т.д.

Сложить числа 5 и 3 значит прибавить к 5 три раза единицу:  $5+1+1+1=5+3=8$ .

##### ВЫЧИТАНИЕ

Вычесть 1 из числа означает получить число, которое стоит перед данным:  $4-1=3$ ,  $13-1=12$  и т.д.

Вычесть из числа 7 число 4 значит вычесть из 7 четыре раза единицу:  $7-1-1-1-1=7-4=3$ .

##### УМНОЖЕНИЕ

Умножить число  $a$  на число  $n$  значит найти сумму  $n$  слагаемых, каждое из которых равно  $a$ .

$$a \cdot n = \underbrace{a + \dots + a}_{n \text{ раз}}$$

$$5 \cdot 3 = 5 + 5 + 5 = 15$$

##### ДЕЛЕНИЕ

Разделить число  $a$  на число  $n$  значит узнать, сколько раз в числе  $a$  содержится число  $n$ .

$$12 : 3 = 4$$

#### Таблица умножения

1x1=1	2x1=2	3x1=3	4x1=4	5x1=5	6x1=6	7x1=7	8x1=8	9x1=9	10x1=10
1x2=2	2x2=4	3x2=6	4x2=8	5x2=10	6x2=12	7x2=14	8x2=16	9x2=18	10x2=20
1x3=3	2x3=6	3x3=9	4x3=12	5x3=15	6x3=18	7x3=21	8x3=24	9x3=27	10x3=30
1x4=4	2x4=8	3x4=12	4x4=16	5x4=20	6x4=24	7x4=28	8x4=32	9x4=36	10x4=40
1x5=5	2x5=10	3x5=15	4x5=20	5x5=25	6x5=30	7x5=35	8x5=40	9x5=45	10x5=50
1x6=6	2x6=12	3x6=18	4x6=24	5x6=30	6x6=36	7x6=42	8x6=48	9x6=54	10x6=60
1x7=7	2x7=14	3x7=21	4x7=28	5x7=35	6x7=42	7x7=49	8x7=56	9x7=63	10x7=70
1x8=8	2x8=16	3x8=24	4x8=32	5x8=40	6x8=48	7x8=56	8x8=64	9x8=72	10x8=80
1x9=9	2x9=18	3x9=27	4x9=36	5x9=45	6x9=54	7x9=63	8x9=72	9x9=81	10x9=90
1x10=10	2x10=20	3x10=30	4x10=40	5x10=50	6x10=60	7x10=70	8x10=80	9x10=90	10x10=100

#### Арифметические действия в столбик

##### СЛОЖЕНИЕ

- Необходимо записать одно число под другим с соблюдением разрядов (т.е. единицы под единицами, десятки под десятками, сотни под сотнями и т.д.).
- Сначала складываются единицы, затем десятки, сотни и т.д.
- Сумма каждого столбца записывается под ним.
- Если сумма столбца состоит из двух цифр, первая из них добавляется к следующему столбцу (1 на изображении снизу).

$$\begin{array}{r} + 254 \\ + 385 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} + 254 \\ + 385 \\ \hline 9 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 1 \\ + 254 \\ + 385 \\ \hline 39 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 1 \\ + 254 \\ + 385 \\ \hline 639 \end{array}$$

Сложение чисел в столбик производим справа налево! Если сумма чисел больше десяти, запоминаем и добавляем к следующему числу единицу (на примере 1 красным цветом).

В столбик можно складывать не только два числа, но и большее число слагаемых, записав их все одно под другим.

# Alpen Gold - vk.com/alpen\_golds

## ВЫЧИТАНИЕ

- Одно число записывается под другим с соблюдением разрядов (т.е. единицы под единицами, десятки под десятками, сотни под сотнями и т.д.).
- Сначала вычитаются единицы, затем десятки, сотни и т.д.
- Разность каждого столбца записывается под ним.
- При необходимости из соседнего левого столбца (т.е. из старшего разряда) занимается **1**.

$$\begin{array}{r} - 1244 \\ \underline{1067} \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} \phantom{0}1 \\ - 1244 \\ \underline{1067} \\ \hline 7 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} \phantom{00}1 \\ - 1244 \\ \underline{1067} \\ \hline 77 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} \phantom{000}1 \\ - 1244 \\ \underline{1067} \\ \hline 177 \end{array}$$

## УМНОЖЕНИЕ

### Порядок умножения:

- Умножить первое число на число **единиц** второго числа и получить первое неполное произведение;
- Умножить первое число на число **десятков** второго числа и получить второе неполное произведение (начинать подписывать под десятками);
- Умножить первое число на число **сотен** второго числа и получить третье неполное произведение (начинать подписывать под сотнями);
- .....
- Сложить неполные произведения.

$$\begin{array}{r} \times 644 \\ \underline{111} \\ \hline 644 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} \times 644 \\ \underline{111} \\ \hline 644 \\ 6\ 440 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} \phantom{0}1 \\ \times 644 \\ \underline{111} \\ \hline 644 \\ 6\ 440 \\ 64\ 400 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} \phantom{00}1 \\ \times 644 \\ \underline{111} \\ \hline 644 \\ 6\ 440 \\ + 64\ 400 \\ \hline 71\ 484 \end{array}$$

Сначала умножаем единицы; при умножении на десятки дописываем **0** справа к получившемуся произведению, при умножении на сотни – **00** и т.д. Затем складываем получившиеся числа.

$$\begin{array}{r} \times 397 \\ \underline{223} \\ \hline 1191 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} \times 397 \\ \underline{223} \\ \hline 1191 \\ 794 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} \phantom{0}1 \\ \times 397 \\ \underline{223} \\ \hline 1191 \\ + 794 \\ \hline 794 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} \phantom{00}1 \\ \times 397 \\ \underline{223} \\ \hline 1191 \\ + 794 \\ \hline 794 \\ \hline 88531 \end{array}$$

1. Умножаем число **397** на **3** единицы второго множителя, получаем первое неполное произведение **1191**;
2. Умножаем **397** на **2** десятка второго множителя. Получаем второе неполное произведение **794**;
3. Умножаем **397** на **2** сотни второго множителя. Получаем третье неполное произведение **794**;
4. Складываем неполные произведения **1191**, **794** и **794**, получаем **88531**.

# Alpen Gold - vk.com/alpen\_golds

## ДЕЛЕНИЕ

### Пример №1.

Для начала записываем рядом делимое и делитель, затем разделяем их «уголком».

$$\begin{array}{r} 861 \quad | \quad 7 \\ \hline \end{array}$$

Теперь нужно внимательно посмотреть на цифры делимого и, двигаясь слева направо, найти в нем наименьшее число, которое больше делителя. Чисел тут три: **8**, **86** и **861**. Из них наименьшим является **8**. Теперь нужно ответить на главный вопрос! Сколько раз наш делитель (**7**) содержится в числе **8**? Один раз. Поэтому смело пишем **1** под чертой – это первая цифра частного, которое мы пытаемся найти.

$$\begin{array}{r} 861 \quad | \quad 7 \\ \hline 1 \end{array}$$

Теперь умножаем **7** на **1** и получаем **7**. Записываем полученный результат под первым числом делимого и вычитаем в столбик, то есть из **8** вычитаем **7**. Получаем **1**.

$$\begin{array}{r} 861 \quad | \quad 7 \\ - 7 \quad \quad | \quad 1 \\ \hline 16 \end{array}$$

Поскольку **8** мы уже использовали, берём **6** и приписываем к единице.

$$\begin{array}{r} 861 \quad | \quad 7 \\ - 7 \quad \quad | \quad 12 \\ \hline 16 \\ 14 \end{array}$$

Теперь отвечаем на уже знакомый вопрос. Сколько раз **7** содержится в **16**? Два раза. Приписываем двойку к единице под чертой — это вторая цифра частного. Умножаем **7** на **2**, получаем **14** и записываем результат под **16**.

$$\begin{array}{r} 861 \quad | \quad 7 \\ - 7 \quad \quad | \quad 12 \\ \hline 16 \\ - 14 \\ \hline 21 \end{array}$$

Дальше идём по уже знакомому пути. Вычитаем **14** из **16**, получаем **2**. Используем третью и последнюю цифру делимого – **1**, носим её вниз и приписываем к двойке, получая **21**.

$$\begin{array}{r} 861 \quad | \quad 7 \\ - 7 \quad \quad | \quad 123 \\ \hline 16 \\ - 14 \\ \hline 21 \\ - 21 \\ \hline 0 \end{array}$$

Снова отвечаем на знакомый вопрос. Сколько раз **7** содержится в **21**? Три раза. Пишем тройку под чертой. Умножаем **7** на **3**, получаем **21** и записываем в столбик под **21**. Вычитаем **21** из **21**, получаем **0**. Пример решён!

**Ответ: 123.**



## Сложение и вычитание отрицательных чисел

КАК СЛОЖИТЬ ДВА ЧИСЛА С РАЗНЫМИ ЗНАКАМИ?	КАК СЛОЖИТЬ ДВА ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЧИСЛА?
<p>1) Из большего числа (не учитывая знаки) <b>вычесть</b> меньшее.</p> <p>2) Поставить перед результатом <b>знак большего числа.</b></p> <p><math>7+(-2)=+(7-2)=5</math> <math>2+(-5)=-(5-2)=-3</math> <math>-3+5 = +(5-3)=2</math> <math>-6+2 = -(6-2)=-4</math> <math>7-9=-(9-7)=-2</math></p>	<p>1) <b>Сложить</b> их (не учитывая знаки)</p> <p>2) Поставить перед результатом <b>минус.</b></p> <p><math>-1+(-4)=- (1+4)=-5</math> <math>-3-5 = -(3+5)=-8</math></p>

Ягубов.РФ

## ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ



Дроби можно **сокращать** путём деления числителя и знаменателя на одно и то же число:

$$\frac{108}{150} = \frac{54}{75} = \frac{18}{25}$$

:2    :3

нет общих простых множителей у числителя и знаменателя - несократимая дробь

$$\frac{4}{6} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{2}{3}$$

## Сложение и вычитание дробей

### КАК СЛОЖИТЬ ДРОБИ?

!!! У дробей должен быть одинаковый знаменатель.

Сложить числители ( $a$  и  $b$ ), а знаменатель ( $c$ ) оставить без изменения.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3+1}{5} = \frac{4}{5}$$

### КАК ВЫЧЕСТЬ ДРОБЬ ИЗ ДРОБИ?

!!! У дробей должен быть одинаковый знаменатель.

Из числителя первой дроби ( $a$ ) вычесть числитель ( $b$ ) второй дроби, а знаменатель ( $c$ ) оставить без изменения.

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3-1}{5} = \frac{2}{5}$$

## Как найти общий знаменатель?

Сделать общим знаменателем произведение знаменателей.	Сделать общим знаменателем больший из знаменателей.	Сделать общим знаменателем число, в несколько раз превышающее больший из знаменателей.
$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$	$\frac{1}{3} + \frac{5}{6} = \frac{2}{6} + \frac{5}{6} = \frac{7}{6}$	$\frac{1}{6} + \frac{5}{9} = \frac{3}{18} + \frac{10}{18} = \frac{13}{18}$

# Alpen Gold - vk.com/alpen\_golds

## Умножение и деление дробей

КАК УМНОЖИТЬ ДРОБЬ НА ДРОБЬ?	КАК РАЗДЕЛИТЬ ДРОБЬ НА ДРОБЬ?
Умножить <b>верх на верх</b> , а <b>низ на низ</b> . $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3 \cdot 1}{5 \cdot 4} = \frac{3}{20}$	Первую дробь оставить <b>без изменения</b> , вторую <b>перевернуть</b> , а затем <b>умножить</b> дроби. $\frac{4}{5} : \frac{2}{3} = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 2} = \frac{12}{10}$

## Как перевести смешанное число в неправильную дробь?

- 1) Целую часть умножить на знаменатель дробной части;
- 2) Прибавить результат к числителю.

Получился числитель; знаменатель остаётся в первоначальном виде.

$$2\frac{3}{5} = \frac{(2 \cdot 5) + 3}{5} = \frac{13}{5}$$

## Как перевести неправильную дробь в десятичную?

В ответе не может быть неправильной дроби, поэтому неправильные дроби (при их наличии) нужно переводить в десятичные.

Чтобы перевести неправильную дробь (например,  $\frac{2}{5}$ ), нужно число **100** разделить на **знаменатель** (в примере знаменатель равен **5**). Получившееся число ( $100:5=20$ ) нужно **умножить** и на **числитель**, и на **знаменатель** ( $\frac{2 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{40}{100} = 0,40 = 0,4$ ). В таблице можно ознакомиться с примерами:

НЕПРАВИЛЬНАЯ ДРОБЬ	НА КАКОЕ ЧИСЛО УМНОЖИТЬ ЧИСЛИТЕЛЬ И ЗНАМЕНАТЕЛЬ?	ПРИМЕР
$\frac{1}{2}$	На 50.	$\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 0,50 = 0,5$
$\frac{3}{4}$	На 25.	$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100} = 0,75$
$\frac{2}{5}$	На 20.	$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{40}{100} = 0,40 = 0,4$
$\frac{3}{10}$	На 10.	$\frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{30}{100} = 0,30 = 0,3$
$\frac{7}{20}$	На 5.	$\frac{7}{20} = \frac{7 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{35}{100} = 0,35$
$\frac{6}{25}$	На 4.	$\frac{6}{25} = \frac{6 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{24}{100} = 0,24$
$\frac{3}{50}$	На 2.	$\frac{3}{50} = \frac{3 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{6}{100} = 0,06$
$\frac{1}{100}$	На 1 (т.е. оставить без изменений).	$\frac{1}{100} = 0,01$

**!!!** Если числитель и знаменатель дроби **умножить/разделить** на **одно и то же число**, то получится равная ей дробь.

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{60}{100}$$

## ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ

Числа со знаменателями **10, 100, 1000** и т.д. можно записать без знаменателя. Это и будут десятичные дроби.

$$5 \frac{2}{10} = 5,2; 15 \frac{21}{100} = 15,21; \frac{15}{1000} = 0,015$$

**!!!** Если в конце десятичной дроби приписать или отбросить ноль (или несколько нулей), то получится десятичная дробь, равная данной:  
 $0,57=0,570$ ;  $28,3000=28,3$

## Сложение и вычитание дробей

Уравниваем в дробях количество знаков после запятой путём отбрасывания или добавления нулей

Записываем дроби друг над другом таким образом, чтобы запятая была записана под запятой

Выполняем сложение, не обращая внимания на запятую

В полученном результате ставим запятую под запятыми в исходных дробях

$$\begin{array}{r} 12,14 + 3,181: \\ + \quad 12,140 \\ \quad 3,181 \\ \hline 15,321 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,115 - 1,04: \\ - \quad 2,115 \\ \quad 1,040 \\ \hline 1,075 \end{array}$$

## Умножение и деление дробей

УМНОЖЕНИЕ	ДЕЛЕНИЕ
<p><b>Произведение</b> десятичной дроби на число <b>n</b> – это сумма <b>n</b> слагаемых, каждое из которых равно данной дроби.</p> $1,11 \cdot 4 = 1,11 + 1,11 + 1,11 + 1,11 = 4,44$	<p><b>Деление</b> числа <b>a</b> на число <b>n</b> – это количество чисел <b>n</b>, которое содержится в числе <b>a</b>.</p> $4,44 : 1,11 = 4$
<p>Чтобы <b>умножить</b> десятичную дробь на <b>10, 100, 1000</b> и т.д., нужно в этой дроби <b>перенести запятую</b> на количество нулей в множителе <b>вправо</b>.</p> $0,003 \cdot 100 = 0,3$ $2,7 \cdot 1000 = 2700$ $0,07 \cdot 10 = 0,7$	<p>Чтобы <b>разделить</b> десятичную дробь на <b>10, 100, 1000</b> и т.д., нужно в этой дроби <b>перенести запятую</b> на количество нулей в делителе <b>влево</b>.</p> $0,3 : 100 = 0,003$ $2700 : 1000 = 2,7$ $0,7 : 10 = 0,07$

# Alpen Gold - vk.com/alpen\_golds

## Алгоритм перемножения двух десятичных дробей:

- 1) произвести умножение, не обращая внимания на запятую;
- 2) отделить в результате запятой столько цифр справа, сколько их стоит после запятой в обоих множителях суммарно

Примеры:

$$\begin{array}{r} \times 1,2 \\ 3,6 \\ \hline 4,32 \end{array} \quad \boxed{1+1}$$
$$\begin{array}{r} \times 0,012 \\ 3,4 \\ \hline 0,0408 \end{array} \quad \boxed{3+1}$$

## Алгоритм деления десятичной дроби:

- 1) Разделить дробь на это число, не обращая внимания на запятую
- 2) Поставить в получившемся результате запятую, когда окончится деление целой части исходного числа

Примеры:

$$\begin{array}{r} 2,16 \overline{)3} \\ \underline{0} \\ 21 \\ \underline{21} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 21,44 \overline{)20} \\ \underline{20} \\ 44 \\ \underline{42} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$$

## Алгоритм деления числа на десятичную дробь:

- 1) перенести в обоих числах запятую в делимом и делителе на столько цифр, сколько их после запятой в делителе
  - 2) выполнить деление
- $2,6 : 1,04 = 260 : 104 = 2,5$

Ягубов.РФ

# Alpen Gold - vk.com/alpen\_golds

## СТЕПЕНИ

Если любое число  $a$  умножить на такое же число  $a$ , то получится запись вида  $a \cdot a$ , однако для удобства количество множителей записывают цифрой над этим числом:  $a^2$ . Это и называется степенью.

$$a^2 = a \cdot a$$
$$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$$

Если перемножаются три числа 2, то запись имеет вид  $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ . Если перемножается 100 одинаковых чисел, то число будет в степени 100 и т.п.

СВОЙСТВО	ПРИМЕР
$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$
$a^n : a^m = a^{n-m}$	$3^4 : 3^2 = 3^{4-2} = 3^2$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$(5^2)^4 = 5^{2 \cdot 4} = 5^8$
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$3^2 \cdot 5^2 = (3 \cdot 5)^2 = 15^2$
$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$	$\frac{4^2}{2^2} = \left(\frac{4}{2}\right)^2$
$a^1 = a$	$12^1 = 12$
$a^0 = 1$	$358^0 = 1$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$3^{-2} = \frac{1}{3^2}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \left(\frac{3}{2}\right)^1$

**!!!** При возведении в степень **отрицательных чисел** (-1; -2; -3 и т.д.) знак меняется на **плюс**, если **степень чётная** (2; 4; 6 и т.д.) или остаётся **неизменным**, если **степень нечётная** (3; 5; 7 и т.д.)

$$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$$
$$(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$$

## КОРНИ

**Квадратный корень (корень степени 2) из числа  $a$**  — всякое число  $x$ , 2-я степень которого равна  $a$ .

$$\sqrt{a} = x, \text{ где } x^2 = a$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{25} = 5$$

Существуют и более сложные корни (корень 3-й степени, корень 4-й степени и т.д.)

**Корень степени  $n$  из числа  $a$**  — всякое число  $x$ ,  $n$ -я степень которого равна  $a$ .

$$\sqrt[n]{a} = x, \text{ где } x^n = a$$

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

$$\sqrt[4]{81} = 3$$

СВОЙСТВО	ПРИМЕР
$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$	$\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{5 \cdot 20} = \sqrt{100}$
$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$	$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4}$
$\sqrt{a^2} = a$	$\sqrt{15^2} = 15$
$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot m]{a^m}$	$2^{\frac{3}{7}} = \sqrt[7]{2^3}$