26. Геометрическая задача повышенной сложности
Часть 1. ФИПИ

1.Боковые стороны AB и CD трапеции ABCD равны соответственно 40 и 41, а основание BC равно 16. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB. Найдите площадь трапеции.
2.Боковые стороны AB и CD трапеции ABCD равны соответственно 18 и 30, а основание BC равно 3. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB. Найдите площадь трапеции.
3.Боковые стороны AB и CD трапеции ABCD равны соответственно 12 и 20, а основание BC равно 2. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB. Найдите площадь трапеции.

4.Прямая, параллельная основаниям трапеции ABCD, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF, если $AD=48, BC=16$, CF:DF=5:3.
5.Прямая, параллельная основаниям трапеции ABCD, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF, если $AD=35, BC=21$, CF:DF=5:2.*
6.Прямая, параллельная основаниям трапеции ABCD, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF, если $AD=50, BC=30$, CF:DF=7:3.*

7.Углы при одном из оснований трапеции равны 50° и 40°, а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 15 и 13. Найдите основания трапеции.
8.Углы при одном из оснований трапеции равны 77° и 13°, а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 11 и 10. Найдите основания трапеции.
9.Углы при одном из оснований трапеции равны 48° и 42°, а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 10 и 6. Найдите основания трапеции.

10. В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 44. Найдите стороны треугольника ABC.
11. В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 28. Найдите стороны треугольника ABC.
12. В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 92. Найдите стороны треугольника ABC.

13. В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 80, а площадь равна 320, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.
14. В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 200, а площадь равна 2000, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

15. В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 100, а площадь равна 500, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.*

16. В параллелограмме ABCD проведена диагональ AC. Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC. Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 25, 14 и 7. Найдите площадь параллелограмма ABCD.

17. В параллелограмме ABCD проведена диагональ AC. Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC. Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 10, 9 и 6. Найдите площадь параллелограмма ABCD.

18. В параллелограмме ABCD проведена диагональ AC. Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC. Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 13, 9 и 5. Найдите площадь параллелограмма ABCD.

19. В трапеции ABCD основания AD и BC равны соответственно 28 и 4, а сумма углов при основании AD равна 90°. Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD, если AB=15.

20. В трапеции ABCD основания AD и BC равны соответственно 33 и 11, а сумма углов при основании AD равна 90°. Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD, если AB=20.

21. В трапеции ABCD основания AD и BC равны соответственно 26 и 12, а сумма углов при основании AD равна 90°. Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD, если AB=13.*

22. В трапеции ABCD боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC. Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E. Найдите расстояние от точки E до прямой CD, если $AD=6$, $BC=5$.

23. В трапеции ABCD боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC. Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E. Найдите расстояние от точки E до прямой CD, если $AD=12$, $BC=8$.

24. В трапеции ABCD боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC. Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E. Найдите расстояние от точки E до прямой CD, если $AD=14$, $BC=7$.

25. На стороне BC остроугольного треугольника ABC ($AB\neq AC$) как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M, AD=90, MD=69, H – точка пересечения высот треугольника ABC. Найдите AH.

26. На стороне BC остроугольного треугольника ABC ($AB\neq AC$) как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M, AD=32, MD=8, H – точка пересечения высот треугольника ABC. Найдите AH.

27. На стороне BC остроугольного треугольника ABC ($AB\neq AC$) как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M, AD=27, MD=18, H – точка пересечения высот треугольника ABC. Найдите AH.

28. Окружности радиусов 36 и 45 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D – на второй. При этом AC и BD – общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD.

29. Окружности радиусов 22 и 99 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D – на второй. При этом AC и BD – общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD.

30. Окружности радиусов 45 и 90 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D – на второй. При этом AC и BD – общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD.*

31. В треугольнике ABC известны длины сторон $AB=12$, $AC=72$, точка O – центр окружности, описанной около треугольника ABC. Прямая BD, перпендикулярная прямой AO, пересекает сторону AC в точке D. Найдите CD.

32. В треугольнике ABC известны длины сторон $AB=28$, $AC=56$, точка O – центр окружности, описанной около треугольника ABC. Прямая BD, перпендикулярная прямой AO, пересекает сторону AC в точке D. Найдите CD.

33. В треугольнике ABC известны длины сторон $AB=30$, $AC=100$, точка O – центр окружности, описанной около треугольника ABC. Прямая BD, перпендикулярная прямой AO, пересекает сторону AC в точке D. Найдите CD.*

34. Четырёхугольник ABCD со сторонами $AB=5$ и $CD=17$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K, причём $\angle AKB=60°$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

35. Четырёхугольник ABCD со сторонами $AB=34$ и $CD=22$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K, причём $\angle AKB=60°$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

36. Четырёхугольник ABCD со сторонами $AB=19$ и $CD=28$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K, причём $\angle AKB=60°$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

37. Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника ABCD равноудалена от всех его вершин. Найдите AD, если $BC=10$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 112° и 113°.

38. Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника ABCD равноудалена от всех его вершин. Найдите AD, если $BC=8$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 129° и 96°.*

39. Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника ABCD равноудалена от всех его вершин. Найдите AD, если $BC=9$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 92° и 148°.*

40. Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника ABCD равноудалена от всех его вершин. Найдите AD, если $BC=6$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 107° и 133°.*

41. Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 16 и 39 от вершины A. Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB, если $\cos\angle BAC=\frac{\sqrt{39}}{8}$.

42. Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 24 и 42 от вершины A. Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB, если $\cos\angle BAC=\frac{\sqrt{7}}{4}$.

43. Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 9 и 11 от вершины A. Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB если $\cos\angle BAC=\frac{\sqrt{11}}{6}$

26. Геометрическая задача повышенной сложности
Часть 2. ФИПИ. Расширенная версия

44. В трапеции ABCD основание AD вдвое больше основания BC и вдвое больше боковой стороны CD. Угол ADC равен 60°, сторона AB равна 2. Найдите площадь трапеции.

45. В трапеции ABCD основание AD вдвое больше основания BC и вдвое больше боковой стороны CD. Угол ADC равен 60°, сторона AB равна 4. Найдите площадь трапеции.

46. В трапеции ABCD основание AD вдвое больше основания BC и вдвое больше боковой стороны CD. Угол ADC равен 60°, сторона AB равна 6. Найдите площадь трапеции.

47. Из вершины прямого угла C треугольника ABC проведена высота CP. Радиус окружности, вписанной в треугольник BCP, равен 60, тангенс угла BAC равен $\frac{5}{12}$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

48. Из вершины прямого угла C треугольника ABC проведена высота CP. Радиус окружности, вписанной в треугольник BCP, равен 8, тангенс угла BAC равен $\frac{4}{3}$. Найдите радиус вписанной окружности треугольника ABC.

49. Из вершины прямого угла C треугольника ABC проведена высота CP. Радиус окружности, вписанной в треугольник BCP, равен 27, тангенс угла BAC равен $\frac{9}{40}$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

50. Одна из биссектрис треугольника делится точкой пересечения биссектрис в отношении 7:2, считая от вершины. Найдите периметр треугольника, если длина стороны треугольника, к которой эта биссектриса проведена, равна 16.

51. Одна из биссектрис треугольника делится точкой пересечения биссектрис в отношении 16:1, считая от вершины. Найдите периметр треугольника, если длина стороны треугольника, к которой эта биссектриса проведена, равна 21.

52. Одна из биссектрис треугольника делится точкой пересечения биссектрис в отношении 17:10, считая от вершины. Найдите периметр треугольника, если длина стороны треугольника, к которой эта биссектриса проведена, равна 30.

53. Вершины ромба расположены на сторонах параллелограмма, а стороны ромба параллельны диагоналям параллелограмма. Найдите отношение площадей ромба и параллелограмма, если отношение диагоналей параллелограмма равно 18.

54. Вершины ромба расположены на сторонах параллелограмма, а стороны ромба параллельны диагоналям параллелограмма. Найдите отношение площадей ромба и параллелограмма, если отношение диагоналей параллелограмма равно 53.

55. Вершины ромба расположены на сторонах параллелограмма, а стороны ромба параллельны диагоналям параллелограмма. Найдите отношение площадей ромба и параллелограмма, если отношение диагоналей параллелограмма равно 31.

56. Основания трапеции относятся как 2:3. Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основаниям. В каком отношении эта прямая делит площадь трапеции?

57. Основания трапеции относятся как 3:7. Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основаниям. В каком отношении эта прямая делит площадь трапеции?

58. Основания трапеции относятся как 1:2. Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основаниям. В каком отношении эта прямая делит площадь трапеции?*

59. Через середину K медианы BM треугольника ABC и вершину A проведена прямая, пересекающая сторону BC в точке P. Найдите отношение площади треугольника BKP к площади треугольника AMK.

60. Через середину K медианы BM треугольника ABC и вершину A проведена прямая, пересекающая сторону BC в точке P. Найдите отношение площади треугольника ABK к площади четырёхугольника KPCM.

61. Через середину K медианы BM треугольника ABC и вершину A проведена прямая, пересекающая сторону BC в точке P. Найдите отношение площади четырёхугольника KPCM к площади треугольника AMK.

62. Через середину K медианы BM треугольника ABC и вершину A проведена прямая, пересекающая сторону BC в точке P. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади четырёхугольника KPCM.

63. В треугольнике ABC на его медиане BM отмечена точка K так, что BK:KM=4:1. Прямая AK пересекает сторону BC в точке P. Найдите отношение площади треугольника BKP к площади треугольника ABC.

64. В треугольнике ABC на его медиане BM отмечена точка K так, что BK:KM=7:6. Прямая AK пересекает сторону BC в точке P. Найдите отношение площади треугольника BKP к площади треугольника ABC.

65. В треугольнике ABC на его медиане BM отмечена точка K так, что BK:KM=4:1. Прямая AK пересекает сторону BC в точке P. Найдите отношение площади треугольника BKP к площади треугольника ABK.

66. треугольнике ABC на его медиане BM отмечена точка K так, что BK:KM=6:7. Прямая AK пересекает сторону BC в точке P. Найдите отношение площади треугольника BKP к площади треугольника ABK.

67. В треугольнике ABC на его медиане BM отмечена точка K так, что BK:KM=7:2. Прямая AK пересекает сторону BC в точке P. Найдите отношение площади четырёхугольника KPCM к площади треугольника ABC.

68. В треугольнике ABC на его медиане BM отмечена точка K так, что BK:KM=10:9. Прямая AK пересекает сторону BC в точке P. Найдите отношение площади четырёхугольника KPCM к площади треугольника ABC.

69. В треугольнике ABC на его медиане BM отмечена точка K так, что BK:KM=4:1. Прямая AK пересекает сторону BC в точке P. Найдите отношение площади треугольника ABK к площади четырёхугольника KPCM.
70. В треугольнике ABC на его медиане BM отмечена точка K так, что BK:KM=2:7. Прямая AK пересекает сторону BC в точке P. Найдите отношение площади треугольника ABK к площади четырёхугольника KPCM.
71. В треугольнике ABC на его медиане BM отмечена точка K так, что BK:KM=5:6. Прямая AK пересекает сторону BC в точке P. Найдите отношение площади треугольника BKP к площади четырёхугольника KPCM.
72. В треугольнике ABC на его медиане BM отмечена точка K так, что BK:KM=7:3. Прямая AK пересекает сторону BC в точке P. Найдите отношение площади треугольника BKP к площади четырёхугольника KPCM.

73. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается его сторон в точках M, K и P. Найдите углы треугольника ABC, если углы треугольника MKP равны 49°, 69° и 62°.
74. Окружность, вписанная в треугольник ABC, касается его сторон в точках M, K и P. Найдите углы треугольника ABC, если углы треугольника MKP равны 38°, 78° и 64°.
75. Окружность, вписанная в треугольник ABC, касается его сторон в точках M, K и P. Найдите углы треугольника ABC, если углы треугольника MKP равны 50°, 59° и 71°.

76. Медиана BM треугольника ABC является диаметром окружности, пересекающей сторону BC в её середине. Длина стороны AC равна 12. Найдите радиус описанной окружности треугольника ABC.*
77. Медиана BM треугольника ABC является диаметром окружности, пересекающей сторону BC в её середине. Длина стороны AC равна 4. Найдите радиус описанной окружности треугольника ABC.
78. Медиана BM треугольника ABC является диаметром окружности, пересекающей сторону BC в её середине. Длина стороны AC равна 9. Найдите радиус описанной окружности треугольника ABC.*

79. Медиана BM треугольника ABC является диаметром окружности, пересекающей сторону BC в её середине. Найдите этот диаметр, если диаметр описанной окружности треугольника ABC равен 8.
80. Медиана BM треугольника ABC является диаметром окружности, пересекающей сторону BC в её середине. Найдите этот диаметр, если диаметр описанной окружности треугольника ABC равен 14.*
81. Медиана BM треугольника ABC является диаметром окружности, пересекающей сторону BC в её середине. Найдите этот диаметр, если диаметр описанной окружности треугольника ABC равен 11.*

82. Биссектриса CM треугольника ABC делит сторону AB на отрезки AM=12 и MB=18. Касательная к описанной окружности треугольника ABC, проходящая через точку C, пересекает прямую AB в точке D. Найдите CD.

83. Биссектриса CM треугольника ABC делит сторону AB на отрезки AM=11 и MB=16. Касательная к описанной окружности треугольника ABC, проходящая через точку C, пересекает прямую AB в точке D. Найдите CD.
84. Биссектриса CM треугольника ABC делит сторону AB на отрезки AM=17 и MB=19. Касательная к описанной окружности треугольника ABC, проходящая через точку C, пересекает прямую AB в точке D. Найдите CD.

85. В выпуклом четырёхугольнике NPQM диагональ NQ является биссектрисой угла PNM и пересекается с диагональю PM в точке S. Найдите NS, если известно, что около четырёхугольника NPQM можно описать окружность, PQ=55, SQ=1.
86. В выпуклом четырёхугольнике NPQM диагональ NQ является биссектрисой угла PNM и пересекается с диагональю PM в точке S. Найдите NS, если известно, что около четырёхугольника NPQM можно описать окружность PQ=86, SQ=43.
87. В выпуклом четырёхугольнике NPQM диагональ NQ является биссектрисой угла PNM и пересекается с диагональю PM в точке S. Найдите NS, если известно, что около четырёхугольника NPQM можно описать окружность PQ=44, SQ=16.*

88. Две касающиеся внешним образом в точке K окружности, радиусы которых равны 16 и 48, вписаны в угол с вершиной A. Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку K, пересекает стороны угла в точках B и C. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC.
89. Две касающиеся внешним образом в точке K окружности, радиусы которых равны 33 и 39, вписаны в угол с вершиной A. Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку K, пересекает стороны угла в точках B и C. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC.
90. Две касающиеся внешним образом в точке K окружности, радиусы которых равны 45 и 46, вписаны в угол с вершиной A. Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку K, пересекает стороны угла в точках B и C. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC.

91. На стороне AB треугольника ABC взята точка D так, что окружность, проходящая через точки A, C и D, касается прямой BC. Найдите AD, если AC=12, BC=18 и CD=8.
92. На стороне AB треугольника ABC взята точка D так, что окружность, проходящая через точки A, C и D, касается прямой BC. Найдите AD, если AC=48, BC=28 и CD=24.
93. На стороне AB треугольника ABC взята точка D так, что окружность, проходящая через точки A, C и D, касается прямой BC. Найдите AD, если AC=42, BC=30 и CD=21.*

94. Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 18. Окружность радиуса 12 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания AC в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

95. Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 6. Окружность радиуса 4,5 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания AC в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

96. Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 8. Окружность радиуса 5 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания AC в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.