

## 23. Функции и их свойства. Графики функций

### Часть 1. ФИПИ

#### I) Линейная функция

1. Постройте график функции  $y = \begin{cases} x-2,5, & \text{если } x < 2, \\ -x+1,5, & \text{если } 2 \leq x \leq 3, \\ x-4,5, & \text{если } x > 3. \end{cases}$  Определите, при

каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.

2. Постройте график функции  $y = \begin{cases} 4x-1,5, & \text{если } x < 1, \\ -2,5x+5, & \text{если } 1 \leq x \leq 4, \\ x-9, & \text{если } x > 4. \end{cases}$  Определите, при

каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.

3. Постройте график функции  $y = \begin{cases} 3x-3,5, & \text{если } x < 2, \\ -3x+8,5, & \text{если } 2 \leq x < 3, \\ 3,5x-11, & \text{если } x \geq 3. \end{cases}$  Определите, при

каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.

4. Постройте график функции  $y = \begin{cases} 2x-2, & \text{если } x < 3, \\ -3x+13, & \text{если } 3 \leq x \leq 4, \\ 1,5x-5, & \text{если } x > 4. \end{cases}$  Определите, при

каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.

#### II) Квадратичная функция (парабола). Модуль

5. Постройте график функции  $y = \begin{cases} -x^2-2x+3, & \text{если } x \geq -2, \\ -x+1, & \text{если } x < -2. \end{cases}$  Определите, при

каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.

6. Постройте график функции  $y = \begin{cases} x^2-10x+25, & \text{если } x \geq 4, \\ x-3, & \text{если } x < 4. \end{cases}$  Определите, при

каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.

7. Постройте график функции  $y = \begin{cases} x^2-6x+11, & \text{если } x \geq 2, \\ x+1, & \text{если } x < 2. \end{cases}$  Определите, при

каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.

8. Постройте график функции  $y = \begin{cases} -x^2-4x+1, & \text{если } x \geq -3, \\ -x+1, & \text{если } x < -3. \end{cases}$  Определите, при

каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.

9. Постройте график функции  $y = |x^2-16|$ . Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

- 10.** Постройте график функции  $y = |x^2 - 9|$ . Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?
- 11.** Постройте график функции  $y = |x^2 + x - 2|$ . Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?
- 12.** Постройте график функции  $y = |x^2 + 5x + 6|$ . Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?
- 13.** Постройте график функции  $y = |x^2 - 4x + 3|$ . Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?
- 14.** Постройте график функции  $y = |x|x - |x| - 6x$ . Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.
- 15.** Постройте график функции  $y = |x|x + 3|x| - 5x$ . Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.
- 16.** Постройте график функции  $y = |x|x - |x| - 3x$ . Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.
- 17.** Постройте график функции  $y = |x|(x + 2) - 3x$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.
- 18.** Постройте график функции  $y = |x|(x - 1) - 5x$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.
- 19.** Постройте график функции  $y = |x|(x + 1) - 6x$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.
- 20.** Постройте график функции  $y = x^2 - |4x + 7|$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно три общие точки.
- 21.** Постройте график функции  $y = x^2 - |6x + 5|$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно три общие точки.
- 22.** Постройте график функции  $y = x^2 - |8x + 3|$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно три общие точки.
- 23.** Постройте график функции  $y = x^2 - |6x + 1|$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно три общие точки.

- 24.** Постройте график функции  $y = x^2 - 11x - 2|x - 5| + 30$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно три общие точки.
- 25.** Постройте график функции  $y = x^2 + 3x - 3|x + 2| + 2$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно три общие точки.
- 26.** Постройте график функции  $y = x^2 - 8x - 4|x - 3| + 15$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно три общие точки.
- 27.** Постройте график функции  $y = 5|x - 2| - x^2 + 5x - 6$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно три общие точки.
- 28.** Постройте график функции  $y = 3|x + 8| - x^2 - 14x - 48$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно три общие точки.
- 29.** Постройте график функции  $y = 2|x - 4| - x^2 + 9x - 20$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно три общие точки.
- 30.** Постройте график функции  $y = \frac{(0,5x^2 - x)|x|}{x - 2}$ . Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  не имеет с графиком ни одной общей точки.
- 31.** Постройте график функции  $y = \frac{(0,25x^2 + 0,5x)|x|}{x + 2}$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  не имеет с графиком ни одной общей точки.
- 32.** Постройте график функции  $y = \frac{(0,5x^2 + 2x)|x|}{x + 4}$ . Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  не имеет с графиком ни одной общей точки.
- 33.** Постройте график функции  $y = \frac{(0,75x^2 + 1,5x)|x|}{x + 2}$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  не имеет с графиком ни одной общей точки.
- 34.** Постройте график функции  $y = \frac{(0,25x^2 - x)|x|}{x - 4}$ . Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  не имеет с графиком ни одной общей точки.
- 35.** Постройте график функции  $y = \frac{(x^2 + 2,25)(x - 1)}{1 - x}$ . Определите, при каких значениях параметра  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.
- 36.** Постройте график функции  $y = \frac{(x^2 + 1)(x - 2)}{2 - x}$ . Определите, при каких значениях параметра  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

**37.** Постройте график функции  $y = \frac{(x^2 + 0,25)(x+1)}{-1-x}$ . Определите, при каких значениях параметра  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

**38.** Постройте график функции  $y = \frac{(x^2 + 6,25)(x+1)}{-1-x}$ . Определите, при каких значениях параметра  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

III) Обратная пропорциональность (гипербола).

**39.** Постройте график функции  $y = \begin{cases} x^2 - 2x + 1, & \text{если } x \geq -2, \\ -\frac{18}{x}, & \text{если } x < -2. \end{cases}$  Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком одну или две общие точки.

**40.** Постройте график функции  $y = \begin{cases} x^2 + 6x + 9, & \text{если } x \geq -5, \\ -\frac{20}{x}, & \text{если } x < -5. \end{cases}$  Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком одну или две общие точки.

**41.** Постройте график функции  $y = \begin{cases} x^2 + 2x + 1, & \text{если } x \geq -4, \\ -\frac{36}{x}, & \text{если } x < -4. \end{cases}$  Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком одну или две общие точки.

**42.** Постройте график функции  $y = \begin{cases} x^2 + 4x + 4, & \text{если } x \geq -5, \\ -\frac{45}{x}, & \text{если } x < -5. \end{cases}$  Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком одну или две общие точки.

**43.** Постройте график функции  $y = 3 - \frac{x+2}{x^2+2x}$ . Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  не имеет с графиком общих точек.

**44.** Постройте график функции  $y = 2 - \frac{x-5}{x^2-5x}$ . Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  не имеет с графиком общих точек.

**45.** Постройте график функции  $y = -2 - \frac{x+4}{x^2+4x}$ . Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  не имеет с графиком общих точек.

- 46.** Постройте график функции  $y = -5 - \frac{x-2}{x^2-2x}$ . Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  не имеет с графиком общих точек.
- 47.** Постройте график функции  $y = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{x}{3} - \frac{3}{x} \right| + \frac{x}{3} + \frac{3}{x} \right)$ . Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно одну общую точку.
- 48.** Постройте график функции  $y = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{x}{6} - \frac{6}{x} \right| + \frac{x}{6} + \frac{6}{x} \right)$ . Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно одну общую точку.
- 49.** Постройте график функции  $y = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{x}{1,5} - \frac{1,5}{x} \right| + \frac{x}{1,5} + \frac{1,5}{x} \right)$ . Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно одну общую точку.
- 50.** Постройте график функции  $y = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} \right| + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right)$ . Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно одну общую точку.
- 51.** Постройте график функции  $y = \frac{5x-8}{5x^2-8x}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.
- 52.** Постройте график функции  $y = \frac{9x+1}{9x^2+x}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.
- 53.** Постройте график функции  $y = \frac{6x-7}{6x^2-7x}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.
- 54.** Постройте график функции  $y = \frac{7x+5}{7x^2+5x}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.
- 55.** Постройте график функции  $y = \frac{|x|-1}{|x|-x^2}$ . Определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  не имеет с графиком ни одной общей точки.
- 56.** Постройте график функции  $y = \frac{2,5|x|-1}{|x|-2,5x^2}$ . Определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  не имеет с графиком ни одной общей точки.

**57.** Постройте график функции  $y = \frac{3|x|-1}{|x|-3x^2}$ . Определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  не имеет с графиком ни одной общей точки.

**58.** Постройте график функции  $y = \frac{3,5|x|-1}{|x|-3,5x^2}$ . Определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  не имеет с графиком ни одной общей точки.

Ягубов.РФ

## 23. Функции и их свойства. Графики функций

### Часть 2. ФИПИ. Расширенная версия

#### 1) Квадратичная функция (парабола). Модуль

1. Постройте график функции  $y = \begin{cases} -\frac{5}{x}, & \text{если } x \leq -1, \\ x^2 - 4x, & \text{если } x > -1, \end{cases}$  и определите, при

каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  будет пересекать построенный график в трёх точках.

2. Постройте график функции  $y = \begin{cases} \frac{5}{x}, & \text{если } x \geq 1, \\ x^2 + 4x, & \text{если } x < 1, \end{cases}$  и определите, при

каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  будет пересекать построенный график в трёх точках.

3. При каком значении  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с параболой  $y = x^2 - 3x$  ровно одну общую точку? Найдите координаты этой точки и построьте данные графики в одной системе координат.

4. При каком значении  $k$  прямая  $y = kx - 4$  имеет с параболой  $y = x^2 + 2x$  ровно одну общую точку? Найдите координаты этой точки и построьте данные графики в одной системе координат.

5. Найдите все значения  $k$ , при каждом из которых прямая  $y = kx$  имеет с графиком функции  $y = x^2 + 4$  ровно одну общую точку. Постройте этот график и все такие прямые.

6. При каком значении  $p$  прямая  $y = x + p$  имеет с параболой  $y = x^2 - 3x$  ровно одну общую точку? Найдите координаты этой точки. Постройте в одной системе координат данную параболу и прямую при найденном значении  $p$ .

7. При каком значении  $p$  прямая  $y = -2x + p$  имеет с параболой  $y = x^2 + 2x$  ровно одну общую точку? Найдите координаты этой точки. Постройте в одной системе координат данную параболу и прямую при найденном значении  $p$ .

8. Известно, что графики функций  $y = -x^2 + p$  и  $y = -4x + 5$  имеют ровно одну общую точку. Определите координаты этой точки. Постройте графики заданных функций в одной системе координат.

9. При каком значении  $p$  графики функций  $y = x^2 + p$  и  $y = -2x - 2$  имеют ровно одну общую точку? Найдите координаты этой точки. Постройте графики заданных функций в одной системе координат.

- 10.** Известно, что графики функций  $y = x^2 + p$  и  $y = 2x - 5$  имеют ровно одну общую точку. Определите координаты этой точки. Постройте графики заданных функций в одной системе координат.
- 11.** Найдите  $p$  и построьте график функции  $y = x^2 + p$ , если известно, что прямая  $y = 4x$  имеет с графиком ровно одну общую точку.
- 12.** Найдите  $p$  и построьте график функции  $y = x^2 + p$ , если известно, что прямая  $y = -2x$  имеет с графиком ровно одну общую точку.
- 13.** Постройте график функции  $y = x^2 - 4|x| + 2x$  и определите, при каких значениях  $c$  прямая  $y = c$  имеет с графиком три общие точки.
- 14.** Постройте график функции  $y = x^2 - 6|x| + 2x$  и определите, при каких значениях  $c$  прямая  $y = c$  имеет с графиком три общие точки.
- 15.** Постройте график функции  $y = x^2 - 5|x| - x$  и определите, при каких значениях  $c$  прямая  $y = c$  имеет с графиком три общие точки.
- 16.** Постройте график функции  $y = -x^2 + 3|x| + x$  и определите, при каких значениях  $c$  прямая  $y = c$  имеет с графиком ровно три общие точки.
- 17.** Постройте график функции  $y = -2x + 4|x| - x^2$  и определите, при каких значениях  $c$  прямая  $y = c$  имеет с графиком ровно три общие точки.
- 18.** Постройте график функции  $y = 2x + 6|x| - x^2$  и определите, при каких значениях  $c$  прямая  $y = c$  имеет с графиком ровно три общие точки.
- 19.** Постройте график функции  $y = x^2 - 5|x| + 4$ . Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?
- 20.** Постройте график функции  $y = x^2 - 6|x| + 8$ . Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?
- 21.** Постройте график функции  $y = x^2 - 5|x| + 6$ . Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?
- 22.** Постройте график функции  $y = \frac{(x^2 + 7x + 12)(x^2 - x - 2)}{x^2 + 5x + 4}$  и определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

**23.** Постройте график функции  $y = \frac{(x^2 - 3x + 2)(x^2 + 3x + 2)}{x^2 - x - 2}$  и определите, при каких значениях параметра  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

**24.** Постройте график функции  $y = -2 - \frac{x^4 - x^3}{x^2 - x}$  и определите, при каких значениях параметра  $t$  прямая  $y = t$  имеет ровно две общие точки с графиком.

**25.** Постройте график функции  $y = 5 - \frac{x^4 - x^3}{x^2 - x}$  и определите, при каких значениях параметра  $t$  прямая  $y = t$  имеет ровно две общие точки с графиком.

**26.** Парабола проходит через точки  $A(0; 6)$ ,  $B(6; -6)$ ,  $C(1; 9)$ . Найдите координаты её вершины.

**27.** Парабола проходит через точки  $A(0; -6)$ ,  $B(-5; -1)$ ,  $C(1; -1)$ . Найдите координаты её вершины.

**28.** Парабола проходит через точки  $K(0; -5)$ ,  $L(3; 10)$ ,  $M(-3; -2)$ . Найдите координаты её вершины

**29.** Парабола проходит через точки  $A(0; -4)$ ,  $B(-1; -11)$ ,  $C(4; 4)$ . Найдите координаты её вершины.

**30.** При каких значениях  $p$  вершины парабол  $y = x^2 + 4px - 1$  и  $y = -x^2 + 6px - p$  расположены по разные стороны от оси  $x$ ?

**31.** При каких значениях  $p$  вершины парабол  $y = -x^2 + 8px + 3$  и  $y = x^2 - 6px + 3p$  расположены по разные стороны от оси  $x$ ?

**32.** При каких значениях  $t$  вершины парабол  $y = -x^2 - 6tx + t$  и  $y = x^2 - 4tx - 2$  расположены по одну сторону от оси  $x$ ?

**33.** При каких значениях  $t$  вершины парабол  $y = -x^2 + 4tx - t$  и  $y = x^2 + 2tx - 2$  расположены по одну сторону от оси  $x$ ?

## II) Обратная пропорциональность (гипербола)

**34.** Постройте график функции  $y = \frac{x - 2}{2x - x^2}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

**35.** Постройте график функции  $y = \frac{1-2x}{2x^2-x}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

**36.** Постройте график функции  $y = -4 - \frac{x+1}{x^2+x}$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  не имеет с графиком ни одной общей точки.

**37.** Постройте график функции  $y = -1 - \frac{x-4}{x^2-4x}$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  не имеет с графиком ни одной общей точки.

**38.** Постройте график функции  $y = \begin{cases} x^2, & \text{если } |x| \leq 1, \\ -\frac{1}{x}, & \text{если } |x| > 1, \end{cases}$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

**39.** Постройте график функции  $y = \begin{cases} -2x^2, & \text{если } |x| \leq 1, \\ \frac{2}{x}, & \text{если } |x| > 1, \end{cases}$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = 4m$  имеет с графиком ровно одну общую точку.