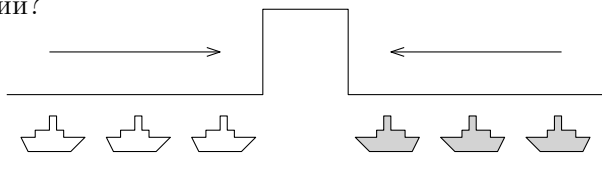


Листок 1. Переправы

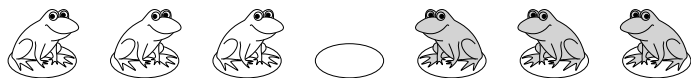
МАЛЫЙ МЕХМАТ МГУ — ШКОЛЕ

1 Трое туристов должны перебраться с одного берега реки на другой. В их распоряжении старая лодка, которая может выдержать нагрузку в 100 кг. Вес одного из туристов 40 кг, второго — 50 кг, третьего — 80 кг. Как им нужно действовать, чтобы перебраться на другой берег?

2 По длинному узкому каналу, изображённому на рисунке, один за другим идут три парохода. Навстречу им — ещё три парохода. Канал такой узкий, что два парохода в нем разминуться не могут, но в канале есть залив, где может поместиться один пароход. Смогут ли пароходы разъехаться, чтобы продолжить путь в прежнем направлении?



3 На болоте в ряд расположены 7 кочек. На всех, кроме центральной, сидят лягушки: слева белые, а справа — зелёные. Лягушки умеют прыгать на соседнюю свободную кочку или на свободную кочку через одну лягушку, но при этом могут прыгать только вперёд (белые — вправо, а зелёные — влево). Лягушки хотят поменяться местами так, чтобы на трёх крайних левых кочках сидели зелёные, а на правых — белые. Как им это сделать?



4 а) Три принцессы и три людоеда должны переправиться через реку на двухместной лодке. Принцессы боятся оставаться в меньшинстве, иначе они могут быть съедены (съесть их могут в том числе и тогда, когда в лодке и на берегу, к которому она причаливает, людоедов в сумме оказывается больше, чем принцесс). Придумайте способ, который позволит им переправиться.

б) Сумеют ли они переправиться, если грести умеет только одна из принцесс и только один из людоедов?

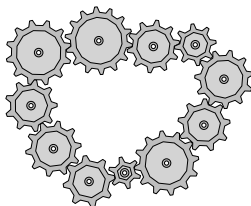
5 Семья ночью подошла к мосту. Папа может перейти его за 1 минуту, мама — за 2, сын — за 5, а бабушка — за 10 минут. У них есть один фонарик. Мост выдерживает только двоих и идти по нему без фонарика смертельно опасно. Если мост переходят двое, то идут они со скоростью более медленного из них. За какое наименьшее время они смогут перебраться на противоположную сторону?

6 На переправу через пролив Босфор выстроилась очередь из сорока разбойников. У них есть одна лодка, в которой могут плыть двое или трое (в одиночку плыть нельзя). Но разбойники согласны плыть на лодке только с друзьями, а дружат между собой только разбойники, стоящие рядом (первый со вторым, второй — с первым и третьим, третий — со вторым и четвёртым, и т.д.)

Когда разбойники поняли, что не смогут перебраться на другой берег, и уже собрались уходить, к ним подошёл Али-Баба, друживший с первым и вторым разбойниками, и они все вместе смогли перебраться на другой берег. Как они смогли это сделать?

Листок 2. Чётность

1 Одиннадцать шестерёнок соединены в замкнутую цепочку так, как показано на рисунке. Могут ли все шестерёнки вращаться одновременно?



2 В строчку выписаны 10 единиц, между которыми расставлены знаки “+” и “−”. Обязательно ли значение получившегося выражения чётно?

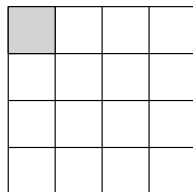
3 Кузнечик умеет прыгать в любом направлении вдоль прямой на 6 сантиметров или на 8 сантиметров. Сможет ли он попасть в точку, находящуюся от исходной на расстоянии

- а) 4 сантиметра;
- б) 7 сантиметров;
- в) 2222 сантиметра?

4 Кузнечик прыгает вдоль прямой, причём первый раз он прыгает на 1 сантиметр, во второй раз — на 2 сантиметра, а в третий раз — на 3 и так далее. Может ли он после 10 прыжков оказаться там, где начинал?

5 Что больше: сумма всех нечётных чисел от 1 до 1000 или сумма всех чётных чисел от 1 до 1000? На сколько?

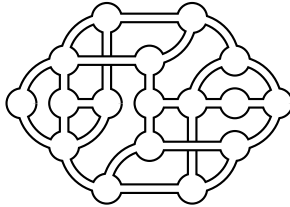
6 а) В квадрате 4×4 левая верхняя клетка — чёрная, а все остальные — белые. За одно действие разрешается одновременно поменять цвета всех клеток в любой строке или столбце. Можно ли несколькими такими действиями закрасить все клетки в один цвет?



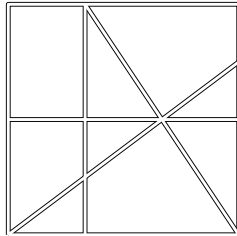
б) Можно ли это сделать, если изначально дан квадрат 3×3 с одной закрашенной клеткой?

Листок 3. Ещё как можно!

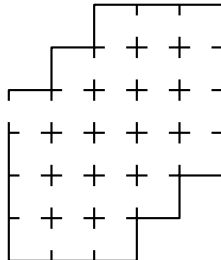
1 Мэр хочет проложить по дорогам города, схема которого изображена на рисунке, кольцевой маршрут автобуса, проходящий через все остановки (они отмечены кружками) ровно по одному разу. Существует ли такой маршрут?



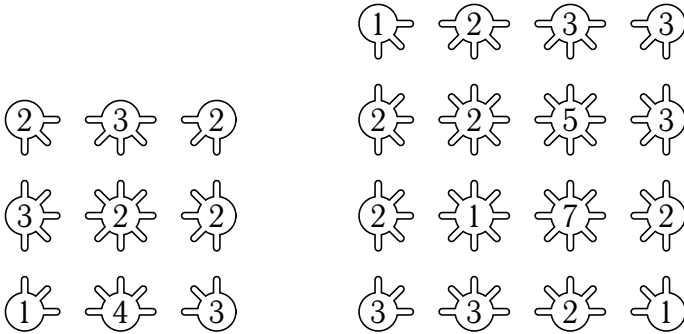
2 Начальник полиции хочет расставить городовых на улицах города, карта которого изображена на рисунке, так, чтобы на каждой улице был хотя бы один городской. Какое наименьшее число городских необходимо для этого?



3 В замке Барона Мюнхгаузена, план которого изображён на рисунке, ровно 24 комнаты. Барон утверждает, что однажды он вошёл в замок, обошёл все комнаты и вышел из замка, побывав при этом в каждой комнате ровно один раз. Можно ли это сделать?



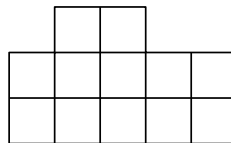
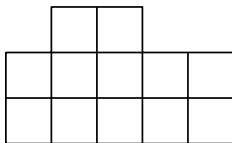
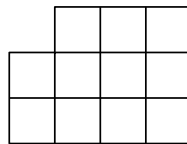
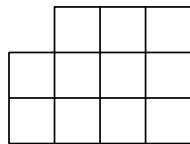
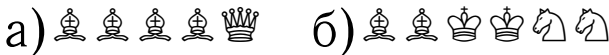
4 В каждом из кружков написано число “спиц”, которые должны из него выходить. “Спицы” должны быть прямыми и не должны пересекаться. Можно ли расставить “спицы”, выполнив эти условия?



а)

б)

5 В каждом из пунктов указаны шахматные фигуры и доска, на которой их требуется расставить. Можно ли это сделать так, чтобы ни одна фигура не была другой?



Листок 4. А вот и нельзя!

1 Существуют ли такие 4 натуральных числа, что и их сумма, и их произведение — нечётные?

2 Можно ли решить ребус на рисунке справа? *(Одинаковым буквам должны соответствовать одинаковые цифры, а разным — разные)*

$$\begin{array}{r} \text{ОДИН} \\ + \text{ОДИН} \\ \hline \text{ПЯТЬ} \\ \hline \text{СЕМЬ} \end{array}$$

3 За круглым столом сидят 10 детей. Может ли быть так, что у каждого из них один сосед — мальчик, а другой — девочка?

4 Барон Мюхгаузен утверждает, что нашёл такое число, что если его вычесть из тысячи, то получится число из тех же цифр, но записанных в обратном порядке. Есть ли такое число?

5 Андрей, Боря и Вася вместе съели 10 конфет.

Андрей сказал: "Я съел 3 конфеты, а Боря — 4."

Боря ответил: "Я съел всего лишь 2 конфеты, а Вася съел 3."

Вася заявил: "Я съел 4 конфеты, а вот Андрей съел целых 5."

Могло ли быть так, что каждый из них хотя бы в одном из двух своих утверждений сказал правду?

6 Можно ли раскрасить клетки доски 5×5 в два цвета — чёрный и белый — так, чтобы у каждой белой клетки было ровно 3 чёрные соседки, а у каждой чёрной клетки — ровно 2 белые?

(Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону)

Листок 5. Лингвистика

1 Вот запись некоторых числительных на языке южный кивай, на котором говорит один из народов страны Папуа — Новая Гвинея:

2 — netewa
 4 — netewa netewa
 5 — netewa netewa nao

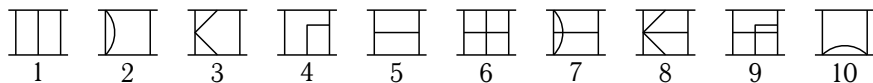
А как на этом языке будет записываться число 3?

2 В таблице приведены числа в записи китайскими иероглифами.

五千六十九	5069
九十	90
七千七百二	7702
千百五	1105
百二十七	127
千九	1009

Запишите иероглифами число 2017.

3 Создатели компьютерной игры “Riven: The Sequel to Myst” придумали для неё собственный язык и числовую систему. Первые десять чисел в ней выглядят так:



Определите, каким числам соответствуют эти знаки:



4 Даны обозначения некоторых дат на языке суахили и их переводы на русский язык в неизвестном порядке. Найдите русский перевод для каждого суахилийского словосочетания.

tarehe tatu Disemba jumamosi	5 октября, понедельник
tarehe pili Aprili jumanne	5 октября, среда
tarehe nne Aprili jumanne	5 октября, воскресенье
tarehe tano Oktoba jumapili	2 апреля, вторник
tarehe tano Oktoba jumatatu	4 апреля, вторник
tarehe tano Oktoba jumatano	3 декабря, суббота

5 Даны некоторые из чисел от 1 до 9 на жу|’хоанском диалекте языка !кунг (в неизвестном порядке):

n!ànì ko n!ànì,
 n|è!é,
 tsàqn ko n!ànì,
 tsàqn ko tsàqn ko n!ànì,
 tsàqn ko tsàqn ko tsàqn ko tsàqn,
 n!ànì,
 n!ànì ko n!ànì ko n!ànì

Запишите на жу|’хоанском диалекте языка !кунг те два числа от 1 до 9, которые не приведены в условии.

Листок 6. Для любого существует

1 Зрительный зал в кинотеатре разбит на ряды, в каждом из которых одинаковое число мест. Разбейте утверждения на пары, противоположные по смыслу (то есть, в каждой паре всегда должно быть верно ровно одно из двух утверждений вне зависимости от того, как обстоят дела в кинотеатре):

Во всех рядах все места свободны
 Во всех рядах все места заняты
 В каждом ряду есть свободное место
 В каждом ряду есть занятое место
 Есть ряд, в котором все места свободны
 Есть ряд, в котором все места заняты
 Есть ряд, в котором есть свободное место
 Есть ряд, в котором есть занятое место

2 а) Обязательно ли старейший математик среди шахматистов и старейший шахматист среди математиков — это один или тот же человек?

б) Обязательно ли лучший математик среди шахматистов и лучший шахматист среди математиков — это один или тот же человек?

3 Верны ли следующие утверждения:

- Для любого натурального числа существует чётное натуральное число, большее его;
- Для любого натурального числа существует чётное натуральное число, меньшее его;
- Для любого чётного натурального числа существует натуральное число, меньшее его;
- Существует такое натуральное число, что все натуральные числа, большие его — чётные.

4 Верны ли следующие утверждения:

- Для любого натурального числа существует такое натуральное число, что их сумма чётная;
- Для любого натурального числа существует такое натуральное число, что их сумма нечётная;
- Для любого натурального числа существует такое натуральное число, что их произведение больше их суммы;
- Для любого натурального числа существует такое натуральное число, что их произведение меньше их суммы.

5 В ряд записаны 10 натуральных чисел.

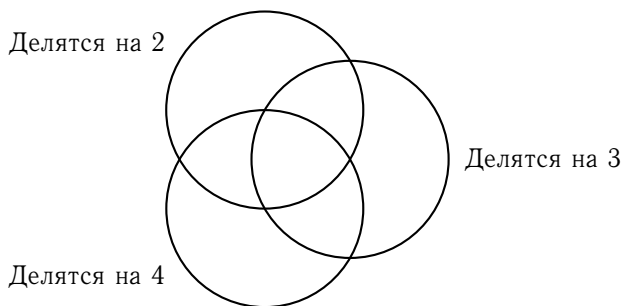
а) Известно, что сумма любых трёх из них больше тридцати. Обязательно ли сумма всех чисел больше ста?

б) Известно, что сумма любых трёх из них, идущих подряд, больше тридцати. Обязательно ли сумма всех чисел больше ста?

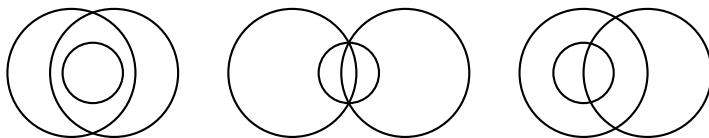
6 На доске записаны три числа. Оказалось, что любое из них в сумме с произведением двух оставшихся даёт один и тот же результат. Обязательно ли все три числа, записанные на доске, равны?

Листок 7. Множества

1 а) Расположите на диаграмме числа 7, 6, 24, 15 и 9 так, чтобы в каждом из кругов оказались те и только те числа, которые обладают указанным рядом с кругом свойством.



б) Укажите на диаграмме из пункта (а) все области, в которые не попадёт ни одно натуральное число. Выберите из трёх диаграмм, изображённых ниже, ту, на которой эти же свойства можно сопоставить кругам так, что всем натуральным числам найдётся место, а пустых областей не будет.



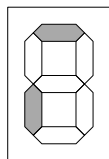
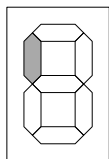
2 На доске нарисовали две окружности и отметили 200 точек. Внутри каждой из окружностей оказалось по 120 точек, а внутри их пересечения — 40. Сколько точек не попали ни в одну из окружностей?

3 В классе 29 человек. 15 из них занимаются в музыкальном кружке, 21 — в математическом. Сколько человек посещают оба кружка, если известно, что только Вовочка не ходит ни в один из этих кружков?

4 В первом классе читать умеют 12 учеников, считать — 8, писать — 9; читать и писать — 4, читать и считать — 5, писать и считать — 3; читать, писать и считать — 2; и всего лишь 6 ещё ничему из этого не научились. Сколько учеников в классе?

5 Сколько всего существует натуральных чисел от 1 до 300, которые не делятся ни на 2, ни на 3, ни на 5?

6 У калькулятора, которым пользуется Илья, некоторые лампочки перегорели. Если ввести на нём одну из цифр, то табло будет выглядеть так, как показано на левой картинке. А если ввести другую, то так, как на правой. Восстановите эти две цифры.



1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

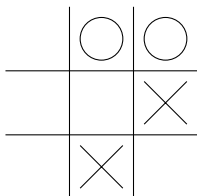
7 В выдуманной стране все жители знают хотя бы один из трёх языков — абвгдейский, ёжзский или ийкский. Абвгдейский знают 80% жителей, ёжзский — 70% жителей, а ийкский — 60%. Каким может быть количество жителей, знающих все три языка?

а) Определите наименьший возможный процент населения.

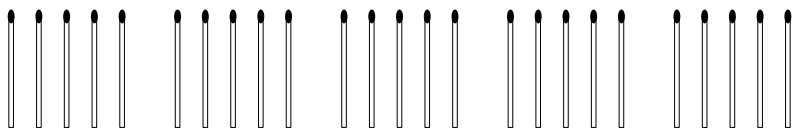
б) Определите наибольший возможный процент населения.

Листок 8. Математические игры

1 На рисунке изображена позиция игры крестики-нолики. Как нужно действовать крестикам, чтобы обязательно выиграть?

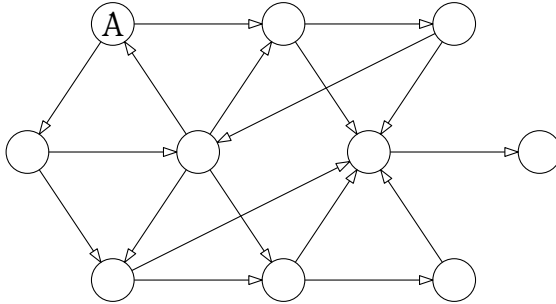


2 На столе лежит 25 спичек. Два игрока по очереди забирают их со стола. За один ход разрешается взять одну, две или три спички. Побеждает тот, кому досталась последняя. Вы ходите первыми, придумайте способ гарантированно обеспечить себе победу.

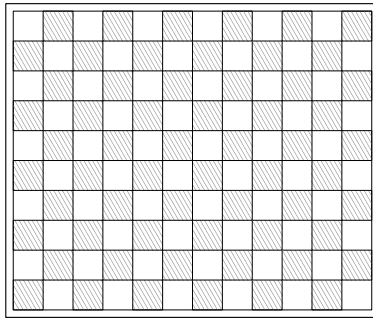


3 Кай и Снежная Королева играют в такую игру: они по очереди переводят остановившиеся часы на два или на три часа вперёд. Тот, кто поставит часовую стрелку на 12, выигрывает. Сейчас ходит Кай, а на часах шесть ровно. Сможет ли кто-нибудь из игроков обеспечить себе победу и как для этого нужно играть?

4 Изначально фишка находится в кружке, отмеченном буквой А. Каждый из двух игроков в свой ход должен передвинуть фишку из кружка в кружок по одной из стрелок. Тот, кто не может сделать ход, проигрывает. Кто из игроков (первый или второй) сможет обеспечить себе победу?

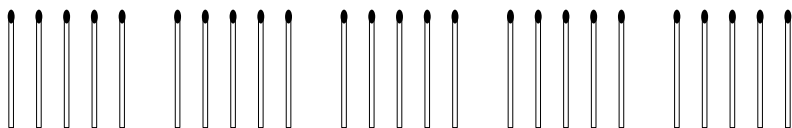


5 В левой нижней клетке шахматной доски 10×12 стоит ладья. Два игрока по очереди перемещают её. Двигать ладью разрешается только вправо и вверх. Тот, кто не может сделать ход, проигрывает. Ваш ход первый, придумайте способ обеспечить себе победу.

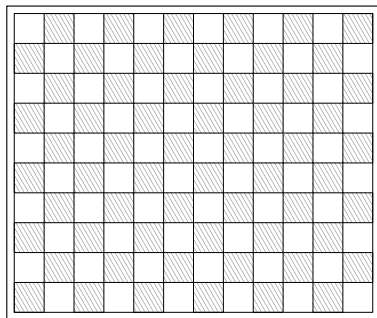


Листок 9. Математические игры — 2

1 На столе лежит 25 спичек. Два игрока по очереди забирают их со стола. За один ход разрешается взять одну, две или **четыре** спички. Побеждает тот, кому досталась последняя. Вы ходите первыми, придумайте способ гарантированно обеспечить себе победу.



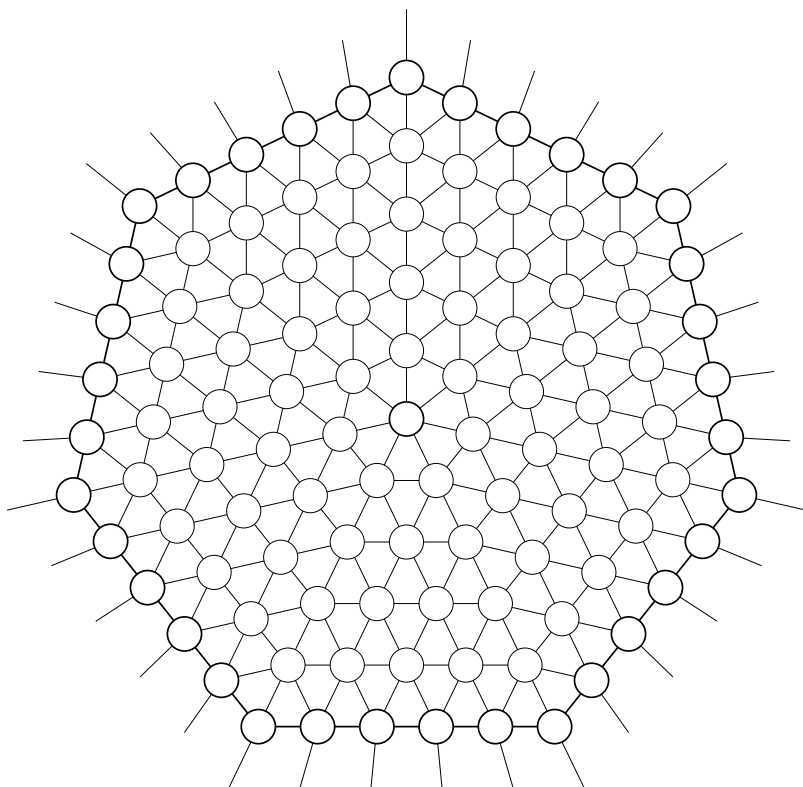
2 В левой нижней клетке шахматной доски 10×12 стоит ферзь. Два игрока по очереди перемещают его. Двигать ферзя разрешается только вправо, вверх и вправо-вверх. Тот, кто не может сделать ход, проигрывает. Ваш ход первый, придумайте способ обеспечить себе победу.



3 В наказание за свои преступления Данаиды — дочери царя Дана — были низвержены олимпийскими богами в Тартар и осуждены вечно осуществлять бессмысленные манипуляции с водой. У них имеются в распоряжении источник воды и три ведра объёмами в 3, 5 и 7 литров. Им требуется отмерить с их помощью 1 литр воды. Но есть небольшая загвоздка — после каждого двух переливаний, которые они совершают (наполнение и опорожнение ведра считается за переливание), боги Олимпа выливают воду из одного из вёдер (из любого непустого ведра на свой выбор). Смогут ли Данаиды справиться с задачей, несмотря на козни олимпийцев?

4 Муха сидит в центре паутины, а по её краю перемещается паук. Двигаются они по очереди. За один ход муха может переместиться на любой соседний (соединённый нитью) узел, а паук может сделать не более четырёх таких шагов, но только по узлам на границе паутины. Если муха и паук в какой-то момент окажутся в одном и том же месте, паук съедает муху и выигрывает. Муха выигрывает, если ей удастся выбраться — для этого ей необходимо в начале своего хода оказаться на границе паутины.

Вы играете за муху, придумайте способ выбраться из паутины.



Листок 10. Немного о себе

1 Царь Пётр отдал придворному брандсбургу такой приказ: “брить всех придворных, которые не бреются сами; тех же, кто бреется сам, — не брить”. Сможет ли брандсбург его выполнить?

2 На доске написано сто предложений:

“В этом предложении одна буква.”

“В этом предложении две буквы.”

...

“В этом предложении сто букв.”

Верно ли хотя бы одно из них?

3 Ответьте на вопросы теста так, чтобы все ответы были верными.

1. Ответ, который вы дали на второй вопрос — это: A. B B. A C. D D. C	2. Ответ, который вы дали на третий вопрос — это: A. A B. C C. B D. D	3. Ответ, который вы дали на первый вопрос — это: A. C B. D C. B D. A
---	---	---

4 Заполните пропуски числами так, чтобы предложение стало верным: “В этом предложении цифра 1 встречается _ раза, цифра 2 — _, цифра 3 — _, а цифра 4 — _ раз”.

5 Заполните пустые клетки таблицы числами так, чтобы под каждой цифрой из первой строки было написано число раз, которое она встречается в этой таблице.

[illegible]

- 6** Заполните пропуски так, чтобы оба предложения были истинны.
“В следующем предложении цифра 1 встречается _ раза, цифра 2 — _, цифра 3 — _, цифра 4 — _, цифра 5 — _, а цифра 6 — _ раз.”
“В предыдущем предложении цифра 1 встречается _ раза, цифра 2 — _, цифра 3 — _, цифра 4 — _, цифра 5 — _, а цифра 6 — _ раз.”
- 7** “ X дней назад был день недели, в названии которого Y букв.”
“ Y дней назад был день недели, в названии которого Z букв.”
“ Z дней назад был день недели, в названии которого X букв.”
“Буквами X , Y и Z обозначены различные числа.”

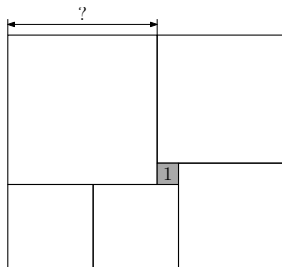
В какой день недели все эти условия могут быть выполнены?

- 8** В магазине есть 3 компьютера: американский, который всегда отвечает правду, китайский, который всегда врёт, и русский, который отвечает что попало. Перед покупкой разрешается задать один вопрос и получить на него один ответ “да” или “нет” от одного компьютера на ваш выбор. Можно ли задать такой вопрос, чтобы обязательно купить:

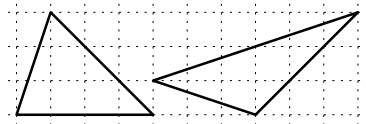
- а) любой компьютер кроме китайского;
- б) любой компьютер кроме русского?

Листок 11

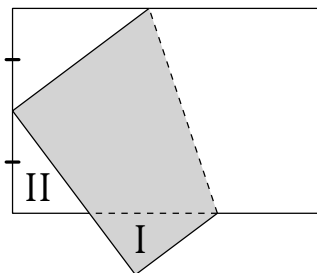
1 На картинке изображены 6 квадратов. Сторона самого маленького квадрата равна одному сантиметру. Найдите сторону самого большого квадрата.



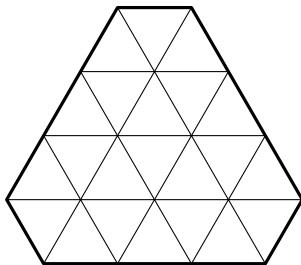
2 На рисунке изображены два треугольных кусочка плавленого сыра. Если мышка может наесться левым из них, хватит ли ей правого, чтобы наесться (*толщина кусочков одинаковая*)?



3 Прямоугольный лист бумаги согнули, совместив вершину с серединой противоположной короткой стороны. Оказалось, что треугольники I и II в точности равны друг другу. Найдите длинную сторону прямоугольника, если длина короткой равна 8.



- 4** Можно ли разрезать фигуру, изображённую на рисунке, на 11 равных частей по линиям сетки?



- 5** На доске, разбитой на треугольнички, которая изображена на рисунке, сидит жук. Жук может ходить по доске, перебираясь с треугольничка на любой треугольничек, соседний с ним по стороне. Какое максимальное количество треугольничков может пройти жук, если в каждом он может побывать не более одного раза?

- 6** Какое наименьшее число прямолинейных разрезов нужно сделать (*после каждого разреза полученные части можно перекладывать как угодно*), чтобы разрезать на маленькие кубики $1 \times 1 \times 1$
- а)** куб $3 \times 3 \times 3$;
- б)** куб $4 \times 4 \times 4$?

Листок 12. Одно за другим

1 В классе 6 человек едят мороженое каждый день, 8 человек едят его через день, а остальные не едят мороженого вообще. Вчера 12 учеников этого класса ели мороженое. Сколько учеников будут есть мороженое сегодня?

2 а) Найдите трёхзначное число, состоящее из различных цифр, следующих в порядке возрастания, в названии которого все слова начинаются с одной и той же буквы.

б) Найдите трёхзначное число, которое состоит из одинаковых цифр, но в названии которого все слова начинаются с разных букв.

3 В токарном цехе вытачиваются детали из стальных заготовок, из одной заготовки вытачивается одна деталь. Стружки, оставшиеся после обработки трёх заготовок, можно переплавить и получить ещё одну заготовку.

а) Сколько всего деталей можно сделать из 9 заготовок?

б) А из 14?

в) Сколько нужно взять заготовок, чтобы получить 40 деталей?

4 Читая сочинение, написанное Вовочкой, учительница не выдержала и разорвала сочинение на 4 части. После этого она решила дать ему второй шанс, перечитала один из кусочков, но опять не выдержала и разорвала кусочек на 4 части. Потом она снова дала ему второй шанс, снова перечитала один из кусочков и снова разорвала его на 4 части. Так продолжалось вновь и вновь, пока учительница не обнаружила, что она разорвала сочинение на 40 кусочков. Сколько раз учительница давала Вовочке второй шанс?

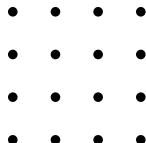
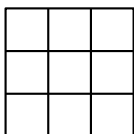
5 Из книги выпал кусок, первая страница которого имеет номер 463, а номер последней записывается теми же цифрами, но в каком-то другом порядке. Какова толщина этого куска, если толщина каждой страницы равна 0.1 мм?

6 Лёша и Ира живут в доме, на каждом этаже которого 9 квартир (в доме один подъезд). Номер этажа Лёши равен номеру квартиры Иры, а сумма номеров их квартир равна 329. Какой номер квартиры у Лёши?

Листок 13. Квадраты и кубы

1 а) Сколько квадратов изображено на левом рисунке?

б) Сколько квадратов можно изобразить с вершинами в точках на правом рисунке?

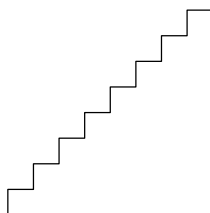


2 Барон Мюнхгаузен утверждает, что может обклеить без перекрытий всю поверхность куба 6 квадратами: двумя большими 2×2 и четырьмя маленькими 1×1 . Возможно ли это сделать?

3 Можно ли разрезать изображённую на рисунке: лесенку:

а) на 2 части и сложить из них прямоугольник?

б) на 3 части и сложить из них квадрат?



4 Куб $2 \times 2 \times 2$ сложен из кубиков $1 \times 1 \times 1$. Переложите кубики так, чтобы опять получился куб $2 \times 2 \times 2$, но ни один кубик не соприкасался с кубиками, с которыми он соприкасался до перекладывания.

5 Придумайте, как разрезать квадрат

а) на 6 меньших по размеру квадратов,

б) на 7 меньших по размеру квадратов,

в) на 8 меньших по размеру квадратов.

(Квадраты не обязательно должны быть одинакового размера)

6 Докажите, что квадрат можно разрезать на любое число квадратов, начиная с 6.

7 Есть лист жести размером 6×6 . Разрешается надрезать его, но так, чтобы он не распадался на части, и сгибать. Как сделать из него куб с ребром 2, разделённый перегородками на единичные кубики?

Листок 14. Принцесса или тигр?

В одной сказочной стране жил король, к дочерям которого постоянно сватались принцы из соседних государств. Для того чтобы не выдавать своих дочерей за кого попало, король придумал такое испытание: принцу нужно было угадать, в какой из комнат находится принцесса, а в какой – тигр. Если угадает, то женится на принцессе, а если нет — то его (скорее всего) растерзает тигр. На дверях комнат король вешал таблички со странными утверждениями и давал каждому принцу какую-нибудь подсказку, чтобы тот, если не дурак, смог бы определить, в какой из комнат заперта принцесса.

Во всех задачах этого листочка вам предстоит оказаться на месте принца и отыскать принцессу. Вам даны надписи на табличках, а также условия короля, верны надписи на табличках или нет. При этом не исключено, что в обеих комнатах находятся принцессы, или что в обеих – тигры (если явно не указано иное).

1 Условие: одна из надписей верна, а другая – нет.

I
В этой комнате находится принцесса, а в другой сидит тигр.

II
В одной из этих комнат находится принцесса, а в другой сидит тигр.

2 Условие: либо обе надписи истинны, либо обе ложны.

I
В этой или в другой комнате тигр.

II
Принцесса в другой комнате.

3 Условие: если в левой комнате находится принцесса, то утверждение на табличке истинно, а если тигр – ложно. Для правой комнаты всё наоборот.

I
В обеих комнатах принцессы.

II
В обеих комнатах принцессы.

4 Условие: то же, что и в задаче 3. Но таблички только что изготовили и не успели повесить на двери, поэтому неизвестно, какая из табличек на какой двери должна висеть.

В этой комнате сидит тигр.

В обеих комнатах сидят тигры.

5 Теперь комнат 3, в одной из них сидит принцесса, а в двух других – тигры. Известно, что верных табличек на дверях не более одной.

I
В этой комнате сидит тигр.

II
В этой комнате находится принцесса.

III
Тигр сидит в комнате II.

6 В этой задаче снова 3 комнаты, при этом в одной из них находится принцесса, в другой – тигр, а оставшаяся комната пуста. При этом надпись на двери комнаты, в которой находится принцесса, истинна, надпись на двери, за которой сидит тигр – ложна, а то, что написано на табличке у пустой комнаты, может оказаться как истинным, так и ложным. Задание то же самое: определить, где находится принцесса.

I
Комната III пуста.

II
Тигр сидит в комнате I.

III
Эта комната пуста.

7 В этой задаче целых 9 комнат! При этом только в одной из комнат находится принцесса, в остальных же восьми – либо тигр, либо там вообще никого нет. Условия те же самые, что в задаче 6: надпись на двери комнаты, в которой находится принцесса, истинна, надпись на двери, за которой сидит тигр – ложна, а то, что написано на табличке у пустой комнаты, может оказаться как истинным, так и ложным.

I Принцесса находится в комнате с нечётным номером.	II Эта комната пуста.	III Либо утверждение V истинно, либо утверждение VII ложно.
IV Утверждение I ложно.	V Утверждение II или утверждение IV истинно.	VI Утверждение III ложно.
VII В комнате I принцессы нет.	VIII В этой комнате сидит тигр, а комната IX пуста.	IX В этой комнате сидит тигр, а утверждение VI ложно.

Принц возмутился, что задача неразрешима. Король согласился с ним, но рассказал ему, пуста комната VIII или нет. После этого принц догадался, где принцесса. Догадайтесь и вы.

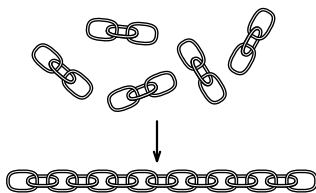
Листок 15. Математический фольклор

1 Сумасшедший учёный, исследуя домашних животных, составил таблицу.

Корова	2
Овца	2
Свинья	3
Собака	3
Кошка	3
Утка	3
Петух	

Определите, по какому принципу она построена, и заполните последнюю клетку.

2 Имеется пять кусков цепи по три кольца в каждом. Какое наименьшее число колец придётся расковать и сковать, чтобы соединить эти куски в одну цепь?



3 По углам квадратного пруда стоят 4 столба. Можно ли расширить его так, чтобы столбы остались на берегу, форма пруда осталась квадратной, а площадь увеличилась вдвое.

4 Четыре кузнеца должны подковать 5 лошадей. Какое наименьшее время они затратят на работу, если каждый кузнец тратит на одну подкову 5 минут, а лошади не могут одновременно оторвать от земли более одной ноги?

5 Есть три одинаковых кубика и верёвка. Как без вычислений отмерить кусок верёвки, равный по длине главной диагонали кубика? *(Главная диагональ две противоположные вершины куба. Она лежит внутри куба и снаружи не видна. Ломать кубики нельзя.)*

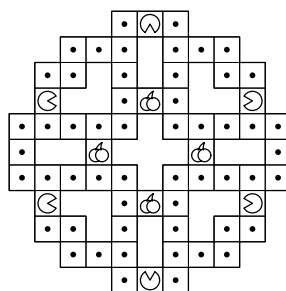
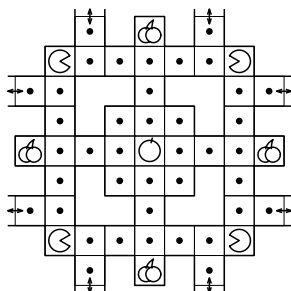
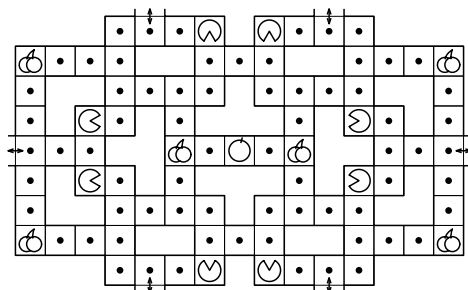
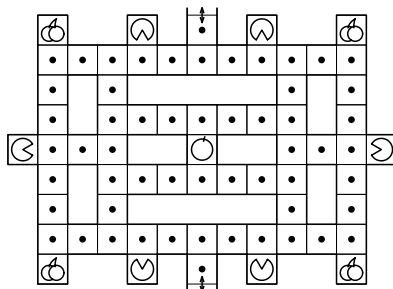
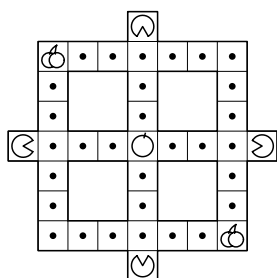
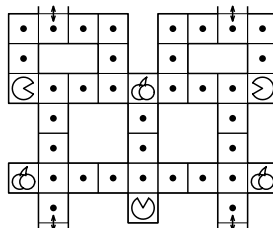
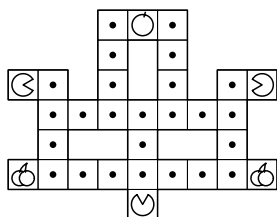
6 Имеется 9 монет, одна из которых фальшивая. Все монеты одинаковы на вид, но фальшивая монета немного легче настоящей. Разрешается сделать два взвешивания на чашечных весах без гирь.

а) Можно ли определить, какая из монет фальшивая?

б) Можно ли это сделать, если монет будет 10?

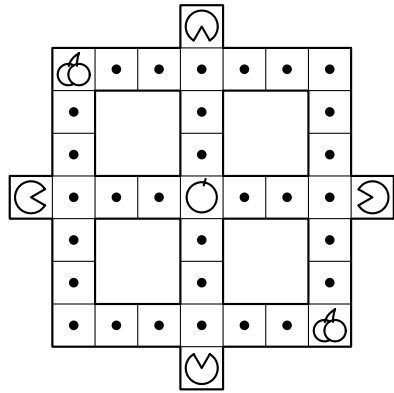
Листок 16. Ом-ном-ном!

Примеры игровых полей:



Правила математической игры "ОМ-НОМ-НОМ"

Каждая из команд управляет круглым голодным всеядным существом $\odot$, которое перемещается по клеткам игрового поля за счёт сданных командой правильных решений задач. У каждой задачи указана стоимость в баллах — это количество шагов, на которые она позволяет сдвинуться. Эти баллы не накапливаются, их нужно тратить сразу, как только задача успешно сдана.



При перемещении ваш питомец съедает всё, что встречается ему на пути. На клетки, занятые другими игроками, вставать нельзя (но, при определённых условиях, о которых будет рассказано чуть позже, даже и других игроков можно будет съесть!)

На клетках игрового поля можно встретить разные съедобные бонусы:

- Точки — основной вид еды, каждая съеденная точка добавляет 1 очко к счёту в текущем раунде.
- 🍒 Вишенка — съев её, ваш питомец становится кровожадным $\odot$ и может есть других игроков. Когда вы съедаете другого игрока, раунд (а заодно и ваш ход) немедленно заканчивается, и вы получаете все очки, набранные съеденным игроком за этот раунд.
- 🍏 Яблоко — съев его, вы получаете 5 очков к вашему итоговому счёту. Эти очки — "несгораемые", они не переходят к другому игроку, если вас вдруг съедят.

(Продолжение правил — на обороте страницы)

Игра проходит в несколько раундов. Раунд заканчивается в одном из трёх случаев:

1. На поле закончилась еда
2. Кто-то из игроков съеден
3. Время занятия закончилось

Когда раунд закончен, старое игровое поле стирается, и рисуется новое. Набранные за этот раунд очки перечисляются в итоговый счёт команд. Если в закончившемся раунде кого-то съели, он получает утешительный бонус — в новом раунде остальным игрокам запрещается его съедать.

В конце игры победителем становится команда, набравшая наибольшее количество очков.

- 1** (1 балл) Два игральных кубика совместили гранями с одинаковым числом очков. Сумма очков на поверхности получившейся фигуры стала 34. Какие грани совместили?
- 2** (2 балла) У магистра Йоды обучается 29 падаванов. Из них 15 уже умеют отбивать лазерные лучи световым мечом, а 21 — перемещать предметы с помощью Силы. Сколько падаванов умеют делать и то, и другое, если известно, что среди учеников Йоды только Энакин Скайуокер еще не научился ни тому, ни другому?
- 3** (2 балла) Два рыцаря и несколько лжецов встали в круг так, чтобы каждый из них мог произнести фразу «Оба моих соседа — лжецы». Сколько могло быть лжецов? Укажите все возможные варианты.
- 4** (2 балла) Заполните доску 8×8 крестиками и ноликами так, чтобы ни на одной горизонтали, вертикали и диагонали нельзя было встретить три одинаковых знака подряд.
- 5** (2 балла) Для нумерации страниц словаря потребовалось 492 цифры. Сколько страниц в словаре?
- 6** (3 балла) Два десятка лимонов стоят столько же рублей, сколько лимонов дают за 500 рублей. Сколько стоит десяток лимонов?

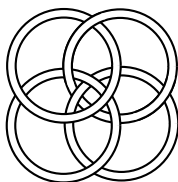
7 (2 балла) Маша и Саша, поссорившись, пошли с равными скоростями в противоположные стороны. Через 3 минуты Саша решил помириться и, развернувшись, стал догонять Машу, увеличив скорость в три раза. Сколько пройдёт минут, прежде чем он догонит Машу? (с того момента, когда решил помириться)

8 (3 балла) Митя соединил проводами несколько компьютеров. От одного компьютера отходит 4 провода, от трех компьютеров по 3 провода, от четырех — по 2 провода и от одного компьютера — один провод. Сколько всего проводов протянул Митя?

9 (3 балла) Вася задумал целое число. Коля умножил его не то на 5, не то на 6. Женя прибавил к результату Коли не то 5, не то 6. Саша отнял от результата Жени не то 5, не то 6. В итоге получилось 73. Какое число задумал Вася? Укажите все возможные варианты.

10 (3 балла) Коля и Катя учатся в одном классе. Мальчиков в этом классе в два раза больше, чем девочек. У Коли одноклассников на 7 больше, чем одноклассниц. Сколько одноклассниц у Кати?

11 (3 балла) Какое кольцо надо разрезать, чтобы изображённая на рисунке конструкция распалась на отдельные кольца?



12 (4 балла) Три математика ехали в разных вагонах одного поезда. Когда поезд подъезжал к станции, математики насчитали на перроне 7, 12 и 15 скамеек. А когда поезд отъезжал, один из математиков насчитал скамеек в три раза больше, чем другой. А сколько скамеек насчитал третий?

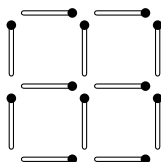
13 (3 балла) Игральный кубик кидают дважды. Сколько возможно различных результатов, таких, что хотя бы один раз выпала шестёрка?

14 (4 балла) Нарисуйте три кружочка и четыре звёздочки и соедините их непересекающимися дорогами так, чтобы из каждого кружочка выходило ровно четыре дороги, а из каждой звёздочки — ровно три дороги. Два пункта не могут быть соединены двумя дорогами.

15 (4 балла) Найдите углы треугольника, если известно, что градусная мера каждого из них — квадрат натурального числа.

16 (4 балла) Бабушка печет блины. Когда в тарелке было 17 блинов, пришел внучек из школы. Как только внук съедает три блина, бабушка подкладывает на тарелку еще два. Маленький обжора ушел в тот момент, когда на тарелке впервые стало ровно 11 блинов. Сколько блинов он съел?

17 (4 балла) Клетчатый квадрат 2×2 со стороной клетки в одну спичку складывается из 12 спичек (см. рисунок). А сколько спичек уйдет на клетчатый квадрат 20×20 ?



18 (5 баллов) Оля задумала четыре целых числа, а затем нашла все их попарные суммы. Пять из них оказались равны 70, 110, 120, 180 и 230. Чему равна шестая сумма?

19 (4 балла) В ряд высадили 12 деревьев. Затем между каждыми двумя посаженными деревьями посадили еще по одному дереву. Затем эту операцию проделали еще три раза. Сколько всего деревьев посажено?

20 (5 баллов) Автомат отрезает от помещенного в него прямоугольника квадрат со стороной, равной меньшей из сторон прямоугольника. Применяя несколько раз подряд этот автомат к имеющемуся прямоугольнику, Вася в конце концов разрезал его на 3 больших квадрата, 2 квадрата поменьше и 6 маленьких квадратов со стороной 1 см. Укажите размеры исходного прямоугольника.

21 (5 баллов) На столе лежит 100 карточек, у каждой из которых одна сторона — белая, а другая — чёрная. Изначально белой стороной вверх были повёрнуты ровно 10 из них. Костя перевернул 30 карточек, затем Таня перевернула 60 карточек, а после этого Оля перевернула 90 карточек. В результате, чёрной стороной вверх оказались повёрнуты ровно 10. Сколько карточек было перевёрнуто трижды? Укажите все возможные варианты.

22 (5 баллов) В треугольнике длины всех сторон различны и выражаются целым числом сантиметров. Каким, самое меньшее, может быть периметр такого треугольника?

23 (5 баллов) На доске написано 10-значное число. Каждое двузначное число, образованное соседними цифрами, делится на 23 или на 17. Последняя цифра равна 1. Найдите первую цифру числа.

24 (6 баллов) Найдите наименьшее число, произведение цифр которого равно 2016

25 (5 баллов) Дан куб с ребром 2. Покажите, как наклеить на него без наложений 10 квадратов со стороной 1 так, чтобы никакие квадраты не граничили по отрезку (по стороне или её части). Перегибать квадраты нельзя. (В ответе нарисуйте развёртку куба с наклеенными квадратами)

26 (6 баллов) Найдите все числа, которые уменьшаются в 12 раз при зачеркивании в них последней цифры.

27 (6 баллов) У Феди есть карточки с цифрами 1, 2, 3 и 4 — по две с каждой цифрой. Он хочет сложить из них число так, чтобы между двумя единицами была одна цифра, между двойками — две цифры, между тройками — три, а между четвёрками — четыре. Укажите какое-нибудь число, которое может получить Федя.

28 (6 баллов) Четыре подружки поделили между собой 77 конфет, при этом каждой девочке досталось конфет или столько же, сколько какой-то из её подружек, или ровно в два раза меньше, чем одной из них. Как могли распределиться конфеты? Укажите все возможные варианты

29 (6 баллов) Саша пригласил Петю в гости, сказав, что живёт в 10-м подъезде в квартире №333, а этаж сказать забыл. Подойдя к дому, Петя обнаружил, что дом девятиэтажный. На какой этаж ему следует подняться? (На всех этажах число квартир одинаково, номера квартир в доме начинаются с единицы.)

30 (7 баллов) На доске выписаны цифры 9 8 7 6 5 4 3 2 1. Разрешается вставить между некоторыми из них знаки „ + ”, а оставшиеся склеить в числа, так, чтобы сумма оказалась трёхзначным числом (например: “ $98 + 76 + 5 + 43 + 2 + 1 = 225$ ”). Какое наибольшее трёхзначное число может получиться?