Листок 20. Раскраски

1 На каждой клетке доски 7×7 сидит жук. **а)** По команде все жуки одновременно переползают на соседние по стороне клетки. Докажите, что при этом хотя бы в одной клетке будет несколько жуков. **б)** По команде все жуки переползают в одну из соседних по диагонали клеток. Докажите, что после этого найдётся 7 свободных клеток.

2 **а)** Можно ли из квадрата 7×7 вырезать 10 квадратов 2×2? **б)** Из листа клетчатой бумаги размером 29×29 клеточек вырезали 99 квадратиков 2×2 (режут по линиям сетки). Докажите, что из оставшейся части листа можно вырезать ещё хотя бы один такой же квадратик.

3 На клетчатой бумаге отмечены произвольным образом 2000 клеток. Докажите, что среди них всегда можно выбрать 500 клеток, попарно не соприкасающихся друг с другом.

4 В квадрате 5×5 без наложений разместили 8 прямоугольников 1×3. Какая клетка могла оказаться не накрытой ни одним прямоугольником? Найдите все возможные варианты.

5 Для игры в классики на земле нарисованы клетки с числами от 1 до 10 (см. рис). Маша прыгнула снаружи в клетку 1, затем попрыгала по остальным клеткам (каждый прыжок — на соседнюю по стороне клетку) и выпрыгнула наружу из клетки 10. Известно, что на клетке 1 Маша была 1 раз, на клетке 2 — 2 раза, ..., на клетке 9 — 9 раз. Сколько раз побывала Маша на клетке 10?

1	4	5	8	9
2	3	6	7	10

6 У Коли был набор «Юный паркетчик». В нём было несколько квадратиков 2×2 и несколько тетрамино вида «Т». Из набора Коля без наложений складывал доску 12×12 (и лишних паркетинок не оставалось). Коля потерял один квадратик, и в магазине купил вместо него тетрамино вида «Т». Докажите, что теперь Коля не сможет сложить доску 12×12.

7 В каждой клетке фигуры, показанной на рисунке, стоит гиря. Из них 18 гирь — настоящие, весящие одинаково. Две — фальшивые,

СТУДОВ.РФ

МАЛЫЙ МЕХМАТ МГУ — ШКОЛЕ

Листок 20. Раскраски

1 На каждой клетке доски 7 × 7 сидит жук. а) По команде все жуки одновременно переползают на соседние по стороне клетки. Докажите, что при этом хотя бы в одной клетке будет несколько жуков. б) По команде все жуки переползают в одну из соседних по диагонали клеток. Докажите, что после этого найдётся 7 свободных клеток.

2 а) Можно ли из квадрата 7 × 7 вырезать 10 квадратов 2 × 2? б) Из листа клетчатой бумаги размером 29 × 29 клеточек вырезали 99 квадратиков 2 × 2 (режут по линиям сетки). Докажите, что из оставшейся части листа можно вырезать ещё хотя бы один такой же квадратик.

3 На клетчатой бумаге отмечены произвольным образом 2000 клеток. Докажите, что среди них всегда можно выбрать 500 клеток, попарно не соприкасающихся друг с другом.

4 В квадрате 5 × 5 без наложений разместили 8 прямоугольников 1 × 3. Какая клетка могла оказаться не накрытой ни одним прямоугольником? Найдите все возможные варианты.

5 Для игры в классики на земле нарисованы клетки с числами от 1 до 10 (см. рис). Маша прыгнула снаружи в клетку 1, затем попрыгала по остальным клеткам (каждый прыжок — на соседнюю по стороне клетку) и выпрыгнула наружу из клетки 10. Известно, что на клетке 1 Маша была 1 раз, на клетке 2 — 2 раза, ..., на клетке 9 — 9 раз. Сколько раз побывала Маша на клетке 10?

1	4	5	8	9
2	3	6	7	10

6 У Коли был набор «Юный паркетчик». В нём было несколько квадратиков 2 × 2 и несколько тетрамино вида «Т». Из набора Коля без наложений складывал доску 12 × 12 (и лишних паркетинок не оставалось). Коля потерял один квадратик, и в магазине купил вместо него тетрамино вида «Т». Докажите, что теперь Коля не сможет сложить доску 12 × 12.

7 В каждой клетке фигуры, показанной на рисунке, стоит гиря. Из них 18 гирь — настоящие, весящие одинаково. Две — фальшивые,

они легче настоящих и, возможно, разной массы. Фальшивые гири расположены в соседних по стороне клетках.

Как за три взвешивания на чашечных весах (без других гирь) узнать, в каких клетках расположены фальшивые гири?



8 На каждой клетке доски размером 9×9 сидит жук. В некоторый момент времени все жуки переползают в одну из соседних по диагонали клеток. В каком наименьшем числе клеток могут оказаться несколько жуков?

9 Петя и Вася играют на доске 8×8. Каждым ходом Петя выбирает клетчатый квадрат размером 1×1 или 2×2, все клетки которого ещё не окрашены, а Вася красит его в белый, синий или красный цвет так, чтобы граница квадрата не касалась по отрезку клетки того же цвета. Кто не может сделать ход, проигрывает. Кто из игроков может выиграть, независимо от игры соперника?

Ягубов.РФ

МАЛЫЙ МЕХМАТ МГУ — ШКОЛЕ

они легче настоящих и, возможно, разной массы. Фальшивые гири расположены в соседних по стороне клетках.

Как за три взвешивания на чашечных весах (без других гирь) узнать, в каких клетках расположены фальшивые гири?



8 На каждой клетке доски размером 9×9 сидит жук. В некоторый момент времени все жуки переползают в одну из соседних по диагонали клеток. В каком наименьшем числе клеток могут оказаться несколько жуков?

9 Петя и Вася играют на доске 8×8. Каждым ходом Петя выбирает клетчатый квадрат размером 1×1 или 2×2, все клетки которого ещё не окрашены, а Вася красит его в белый, синий или красный цвет так, чтобы граница квадрата не касалась по отрезку клетки того же цвета. Кто не может сделать ход, проигрывает. Кто из игроков может выиграть, независимо от игры соперника?