

## Подготовка к олимпиаде по математике в 11 классе.

1. Решить неравенство:

а)  $x^{\sqrt{4}} - 4x^{\sqrt{3}} + 12x^{\sqrt{2}} - 24x + 24 < 0$  ;

б)  $(x^2 - 4x)^2 \geq 16$  ;

в)  $\log_{0,5}(x+1) - \log_{0,5}(x-2) \leq 1$  ;

2. Решить уравнение:

а)  $\sin x \cdot \cos 2x \cdot \cos 8x = \sin 12x$ ;

б)  $x^2 + 5y^2 + 4xy + 2y + 1 = 0$

3. Решить уравнение в целых числах:

а)  $xy = x + y$ ;

б)  $x^2 - 3xy + 2y^2 = 7$

4. Решить систему уравнений: 
$$\begin{cases} (x+y)(x+y+z) = 72 \\ (y+z)(x+y+z) = 120 \\ (x+z)(x+y+z) = 96 \end{cases}$$

5. В окружность радиуса R вписан треугольник, вершины которого делят окружность в отношении 2:5:17. Найти площадь треугольника.

6. Решить уравнение:  $2\cos^2 x + \cos x = 1$

7. Двое рабочих могут выполнить работу за 7 дней, при условии, что второй приступит к ней на два дня позже первого. Если бы ту же работу каждый выполнял в одиночку, то первому потребовалось бы на 4 дня больше, чем второму. За сколько дней каждый рабочий мог бы выполнить эту работу?

$$\frac{1}{x}$$

8. Известно, что  $x + \frac{1}{x} = 5$ . Найти  $x^2 + \frac{1}{x^2}$

9. Можно ли разделить равносторонний треугольник на 2002 (2010) равносторонних треугольника? Если да, то как? Если нет, то почему?

10. Найти сумму:  $6 + 66 + 666 + \dots + 666\dots 6$ . (Последнее слагаемое содержит n шестерок).