

Олимпиада «Курчатов» по математике

9 класс, 2016 год

1. Известна сумма куба и квадрата некоторого нецелого числа. Всегда ли можно определить знак исходного числа?

Нет

2. Натуральное число называется *палиндромом*, если оно не изменяется при выписывании его цифр в обратном порядке (например, числа 4, 55, 626 — палиндромы, а 20, 201, 2016 — нет). Докажите, что любое число вида 2016...2016 (группа цифр 2016 повторена несколько раз) можно представить в виде произведения двух палиндромов.

3. Дан равнобедренный треугольник ABC . На боковой стороне AB отметили такую точку M , что $CM = AC$. Затем на боковой стороне BC отметили такую точку N , что $BN = MN$, и провели биссектрису NH в треугольнике CNM . Докажите, что H лежит на медиане BK треугольника ABC .

4. Через точку с координатами $(9, 9)$ проведены прямые (включая параллельные осям координат), которые делят плоскость на углы в 9° . Найдите сумму абсцисс точек пересечения этих прямых с прямой $y = 10 - x$.

061

5. Есть 64 шашки трёх цветов, разбитые на пары так, что в каждой паре цвета шашек различны. Докажите, что все шашки можно расставить на шахматной доске так, чтобы шашки в каждом двуклеточном прямоугольнике были разных цветов.