

Олимпиада «Курчатов» по математике

8 класс, 2016 год

1. Если у прямоугольника ширину увеличить на 30%, а высоту уменьшить на 20%, его периметр не изменится. А уменьшится или увеличится периметр, и на сколько процентов, если вместо этого у исходного прямоугольника ширину уменьшить на 20%, а высоту увеличить на 30%?

0101 вкзлннггэа

2. Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O . В треугольниках OAB , OBC , OCD проведены медианы OM , OM' , OM'' и биссектрисы OL , OL' , OL'' соответственно. Докажите, что углы $MM'M''$ и $LL'L''$ равны.

3. Натуральное число называется *палиндромом*, если оно не изменяется при выписывании его цифр в обратном порядке (например, числа 4, 55, 626 — палиндромы, а 20, 201, 2016 — нет). Докажите, что любое число вида 2016...2016 (группа цифр 2016 повторена несколько раз) можно представить в виде произведения двух палиндромов.

4. На олимпиаду пришли 300 учеников из не менее чем 4 школ. Докажите, что их можно разбить на команды по 3 человека в каждой так, чтобы в каждой команде либо все три ученика были из одной школы, либо все три — из разных школ.

5. Через точку с координатами $(2, 2)$ проведены прямые (включая две параллельные осям координат), которые делят плоскость на углы в 18° . Найдите сумму абсцисс точек пересечения этих прямых с прямой $y = 2016 - x$.

08001