



## ЛИЦЕЙ НИУ ВШЭ

Вторая часть комплексного теста  
Задания по МАТЕМАТИКЕ 2019 ДЕМО  
для направления «Математика»

Выполните задания (10 баллов).

### Задание 1.

Решите неравенство:  $(x - 1)^3 + \frac{27}{x^2}(x - 1) + 27 \leq \frac{9x^2(x-1)^2+27}{x^3}$

### Задание 2.

Найдите наибольшее натуральное число  $n$ , при котором число  $107!$  делится нацело на  $3^n$ .

### Задание 3.

Конькобежцы Иванов, Петров и Сидоров одновременно стартуют из одного и того же места круговой дорожки. Иванов начинает движение в направлении, противоположном направлению движения Петрова и Сидорова, и спустя некоторое время встречает Петрова, а еще через десять секунд Сидорова. Через три минуты и двадцать секунд после старта Петров обогнал Сидорова на один круг. Скорости конькобежцев постоянны. Через сколько секунд после старта Иванов встретился с Сидоровым?

### Задание 4.

Изобразите множество точек координатной плоскости, координаты которых удовлетворяют системе неравенств:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x \leq 3, \\ y^2 - |x| > 0. \end{cases}$$

### Задание 5.

Окружность проходит через вершины  $C$  и  $D$  большей боковой стороны прямоугольной трапеции  $ABCD$  и касается боковой стороны  $AB$  в точке  $K$ . Найдите расстояние от точки  $K$  до прямой  $CD$ , если длины оснований  $AD$  и  $BC$  трапеции равны 9 и 7 соответственно.

### Задание 6.

Найдите все значения параметра  $a$  такие, что уравнение  $|a - 2x^2| = x^4 + |x^2 + 2a|$  имеет четыре различных корня.