

Олимпиада «Высшая проба» по математике

7 класс, 2015 год

Все задачи оценивались в 20 баллов. Для получения диплома нужно было набрать от 60 баллов.

1. Родник даёт бочку воды за 24 минуты. Сколько бочек воды даёт родник за сутки?

09

2. Натуральные числа x и y таковы, что верно равенство $x^2 - 3x = 25y^2 - 15y$. Во сколько раз число x больше числа y ?

В 5 раз

3. Одна сторона прямоугольника в 5 раз длиннее другой. Покажите, как разрезать этот прямоугольник на 5 частей и сложить из них квадрат. Части можно переворачивать и поворачивать, но нельзя накладывать друг на друга, и внутри квадрата не должно быть непокрытых участков.

4. Петя, Саша и Миша играют в теннис на вылет. Игра на вылет означает, что в каждой партии играют двое, а третий ждёт. Проигравший партию уступает место третьему и в следующей партии сам становится ждущим. Петя сыграл всего 12 партий, Саша — 7 партий, Миша — 11 партий. Сколько раз Петя выиграл у Саши?

4

5. Незнайка придумал себе развлечение. Он пишет на доске выражение

$$((((0 \dots) \dots) \dots) \dots),$$

причём количество скобок он выбирает по своему желанию. Затем вместо каждого многоточия он вписывает знак плюс или умножить и натуральное число от 1 до 9, причём каждое число — не более одного раза, а затем вычисляет значение получившегося выражения. Например он может написать такое выражение:

$$(((0 + 2) \cdot 3) + 8) = 14,$$

или такое:

$$(((((((0 \cdot 7) + 3) + 4) + 1) \cdot 2) \cdot 5) \cdot 6) + 9) = 105,$$

или такое:

$$(((((((0 + 3) \cdot 9) \cdot 8) + 7) \cdot 6) \cdot 4) + 5) = 5357.$$

Но он не может написать

$$((((0 + 7) \cdot 3) + 4) \cdot 7) + 5),$$

потому что число 7 здесь использовано два раза. Незнайка хочет написать выражение, в результате вычисления которого получилось бы 2015. Помогите ему это сделать.

$$2015 = (5 \cdot (2 + (6 \cdot (7 + (8 \cdot (2 + (3 + 0))))))$$

6. Дан треугольник ABC , в котором $AB = BC$ и $\angle ABC = 90^\circ$. В нём проведена высота BH . На стороне CA выбрана точка P так, что $AP = AB$, на стороне CB выбрана точка Q так, что $BQ = BH$. Доказать, что прямые PQ и AB параллельны.