

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 251

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

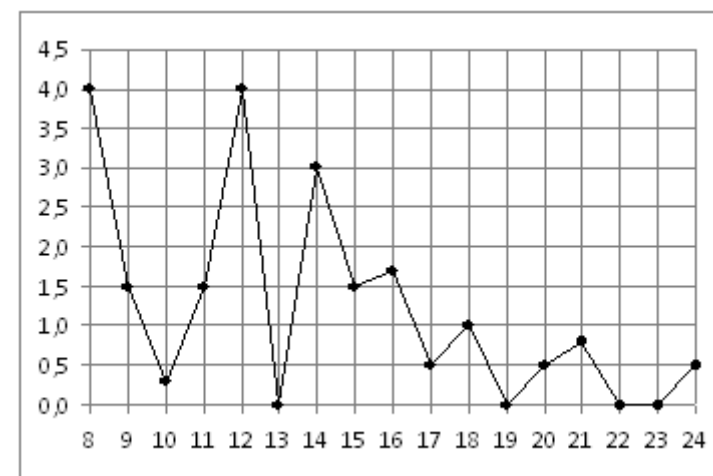
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 4%. Книга стоит 300 рублей. Сколько рублей сдачи получит с 500 рублей держатель дисконтной карты при покупке этой книги?

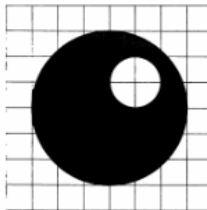
Ответ: _____.

2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Томске с 8 по 24 января 2005 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней выпадало более 2 миллиметров осадков.



Ответ: _____.

3. На клетчатой бумаге нарисованы два круга. Площадь внутреннего круга равна 5. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



Ответ: _____.

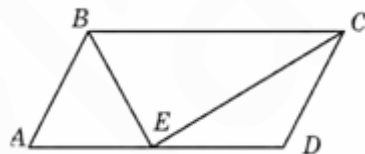
4. В коробке лежат два чёрных, два белых и один красный шар. Из коробки наугад вынимают два шара. Какова вероятность, что вынутые шары окажутся разного цвета?

Ответ: _____.

5. Найдите корень уравнения $\log_{x^2}(6 - 5x) = 1$. Если корней несколько, в ответе укажите больший из них.

Ответ: _____.

6. Точка пересечения биссектрис двух углов параллелограмма, прилежащих к одной стороне, принадлежит противоположной стороне. Меньшая сторона параллелограмма равна 5. Найдите его большую сторону.



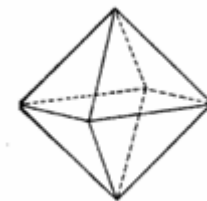
Ответ: _____.

7. Касательная к графику функции $y = f(x)$ проходит через начало координат и точку $M(-4; 6)$. Найдите значение производной этой функции в точке касания.

Ответ: _____.

8. Найдите объем октаэдра, ребро которого равно $3\sqrt{2}$.

Ответ: _____.



Часть 2

9. Найдите значение выражения $\log_2 \frac{1}{3} \cdot \log_3 \frac{1}{5} \cdot \log_5 \frac{1}{2}$.

Ответ: _____.

10. Расстояние (в километрах) от наблюдателя, находящегося на высоте h километров над землёй, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{2Rh}$ где $R = 6400$ км – радиус Земли. С какой высоты горизонт виден на расстоянии 16 километров? Ответ выразите в километрах

Ответ: _____.

11. По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй — длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго составляет 400 метров. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = \sin x + 9x - 9$ на отрезке $[-9; 0]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\sin\left(2x + \frac{5\pi}{2}\right) - 3\cos\left(x - \frac{7\pi}{2}\right) = 1 + 2\sin x$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{3}; \pi\right]$

14. Ребро SA пирамиды SABC перпендикулярно плоскости ABC, $AB = 2$, $AC = 1$, $\angle BAC = 120^\circ$, $SA = 3\sqrt{2}$. Сечения пирамиды двумя параллельными плоскостями, одна из которых проходит через точку C и середину ребра AB, а другая – через точку B, имеют равные площади.

А) Найти объёмы многогранников, на которые разбивают пирамиду плоскости сечений

Б) Найти расстояние между секущими плоскостями.

15. Решите неравенство $x \log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3} - x\right) \geq |x|$

16. Гипотенуза AB прямоугольного треугольника ABC является хордой окружности ω радиуса 10. Вершина C лежит на диаметре окружности ω , который параллелен гипотенузе. Угол CAB равен 75° .

А) Найдите площадь треугольника ABC

Б) Найдите расстояние между центрами окружности ω и окружности, вписанной в треугольник ABC

17. Цех сборки может выпускать 50 мотоциклов и 150 скутеров в день. Отдел технического контроля в день может проверить не более 75 изделий. Мотоцикл в полтора раза дороже скутера. Сколько мотоциклов и сколько скутеров нужно выпускать в сутки, чтобы общая стоимость продукции была наибольшей и все изделия были проверены отделом технического контроля

18. При каких значениях $x \neq 0$ неравенство

$$x^2 \left(1 - \frac{x^2 a}{x^2 + a^2}\right) - x \left(1 - \frac{x^2 a}{x^2 + a^2}\right) \geq 0$$

выполняется при любых значениях a

19. $S(n)$ - сумма цифр натурального числа n

А) Существует ли такое двузначное число n , для которого выполняется условие $S(n) = S(2n)$?

Б) Существует ли такое двузначное число n , все цифры которого четны, для которого выполняется условие $S(n) = S(2n)$?

В) Найдите количество трехзначных чисел n , все цифры которых нечетны, для которых выполняется условие $S(n) = S(2n)$.