

Олимпиада «Физтех» по математике

9 класс, 2016 год, вариант 1

1. Найдите количество точек плоскости xOy , имеющих *натуральные* координаты x, y и лежащих на параболе $y = -\frac{x^2}{4} + 9x + 19$.

18

2. Решите неравенство

$$\frac{\sqrt{x} - 6}{2 - \sqrt{x+4}} \geq 2 + \sqrt{x+4}.$$

{0;4]

3. В числе $2*0*1*6*0*$ нужно заменить каждую из 5 звёздочек на любую из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 (цифры могут повторяться) так, чтобы полученное 10-значное число делилось на 45. Сколькими способами это можно сделать?

1454

4. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$a|2-x| + \frac{x^2 - x - 6}{3-x} = 0$$

имеет ровно одно решение.

 $\{-1;1\} \cup \{5\}$

5. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x + \sqrt{2x+3y} - 3y = 5, \\ 4x^2 + 2x + 3y - 9y^2 = 32. \end{cases}$$

 $(\frac{2}{3}; \frac{1}{12})$

6. Точка A лежит на стороне LM треугольника KLM с углом 120° при вершине K . В треугольники AKL и AKM вписаны окружности с центрами F и O соответственно. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника FKO , если $AO = 2$, $AF = 7$.

 $\frac{8}{3}\sqrt{3}$