

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ****Тренировочный вариант № 24****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!****Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

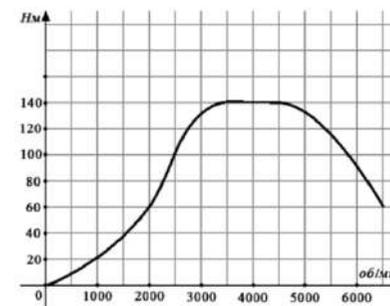
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

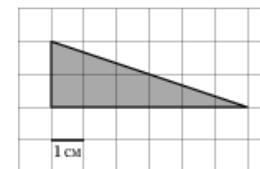
**Часть 1**

1. Таксист за месяц проехал 6000 км. Стоимость 1 литра бензина — 20 рублей. Средний расход бензина на 100 км составляет 9 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?

2. На графике изображена зависимость крутящего момента автомобильного двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту. На оси ординат — крутящий момент в Н · м. Чтобы автомобиль начал движение, крутящий момент должен быть не менее 60 Н · м. Какое наименьшее число оборотов двигателя в минуту достаточно, чтобы автомобиль начал движение?



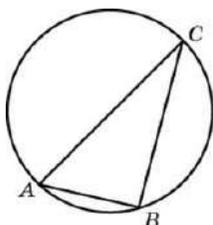
3. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



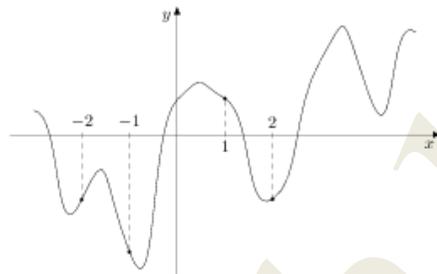
4. На семинар приехали 3 ученых из Болгарии, 4 из Австрии и 5 из Финляндии. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из Болгарии.

5. Найдите корень уравнения  $(x-1)^3 = -8$ .

6. Угол  $C$  треугольника  $ABC$ , вписанного в окружность радиуса 3, равен  $30^\circ$ . Найдите сторону  $AB$  этого треугольника.



7. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и отмечены точки  $-2, -1, 1, 2$ . В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



8. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, B_1, C_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AB = 5, AD = 3, AA_1 = 4$ .

## Часть 2

9. Найдите значение выражения  $p(x-7) + p(13-x)$ , если  $p(x) = 2x + 1$

10. При температуре  $0^\circ\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 10$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$  — коэффициент теплового расширения,  $t^\circ$  — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

11. Турист идет из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 10 километров. Определите, сколько километров прошел турист за третий день, если весь путь он прошел за 6 дней, а расстояние между городами составляет 120 километров.

12. Найдите наименьшее значение функции  $y = x^{\frac{3}{2}} - 3x + 1$  на отрезке  $[1; 9]$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$(\cos x - 1)(\operatorname{tg} x + \sqrt{3})\sqrt{\cos x} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$

14. Точка  $M$  — середина ребра  $AB$  треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ .

а) Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через прямую  $A_1M$  параллельно прямой  $AC$ .

б) В каком отношении плоскость сечения делит отрезок, соединяющий точку  $B_1$  с серединой ребра  $AC$ ?

15. Решите неравенство:

$$\frac{\sqrt{12-x-x^2}}{2x-7} \leq \frac{\sqrt{12-x-x^2}}{x-5}.$$

16. Окружность с центром  $O$  и окружность вдвое меньшего радиуса касаются внутренним образом в точке  $E$ . Диаметр  $PQ$  большей окружности пересекает меньшую окружность в точке  $H$ , отличной от  $O$ . Луч  $EH$  пересекает большую окружность в точке  $F$ .

а) Докажите, что  $H$  — середина  $EF$ .

б) Найдите расстояния от точки  $O$  до хорд  $EP$  и  $EQ$ , если радиус большей окружности равен 169, а  $OH = 119$ .

17. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 20 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 47 млн рублей?

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} a + y^2 = 4 \cos 2x, \\ \sqrt{y} + z^2 = a, \\ (a-2)^2 = |z^2 - 2z| + |\sin 4x| + 4 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение, и укажите решения системы для каждого из найденных значений  $a$ .

19. На доске было написано 30 натуральных чисел (не обязательно различных), каждое из которых не превосходит 40. Среднее арифметическое всех написанных чисел было равно 7. Вместо каждого из чисел на доске написали число, вдвое меньшее первоначального. Числа, оказавшиеся после этого меньше 1, с доски стёрли.

а) Могло ли среднее арифметическое чисел, оставшихся на доске, стать больше 14?

б) Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске чисел стать больше 12, но меньше 13?

в) Найдите максимальное возможное значение среднего арифметического оставшихся на доске чисел.