

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Тренировочный вариант № 23****Профильный уровень****Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2. Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки. При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов. После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

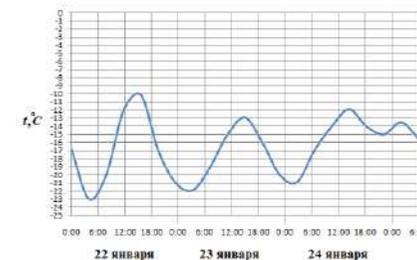
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

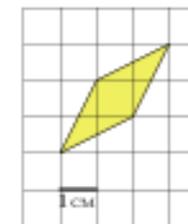
Часть 1

1. На счету Настинного мобильного телефона было 56 рублей, а после разговора с Сашей осталось 21 рубль. Сколько минут длился разговор с Сашей, если одна минута разговора стоит 2 рубля 50 копеек.

2. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей температурами воздуха 24 января. Ответ дайте в градусах Цельсия.



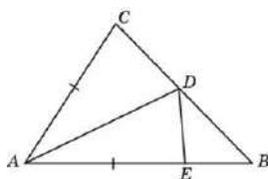
3. Найдите площадь ромба, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



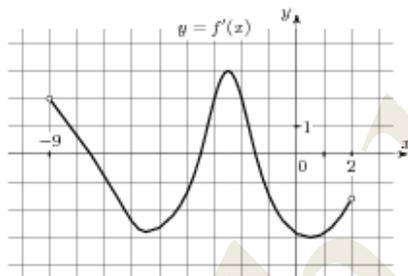
4. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что произведение выпавших очков делится на 5, но не делится на 30.

5. Решите уравнение $\cos \frac{\pi(8x+1)}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. В ответе запишите наименьший положительный корень.

6. В треугольнике ABC угол B равен 45° , угол C равен 85° , AD — биссектриса, E — такая точка на AB , что $AE = AC$. Найдите угол BDE . Ответ дайте в градусах.



7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9; 2)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



8. Найдите угол DBD_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 4$, $AD = 3$, $AA_1 = 5$. Ответ дайте в градусах.

Часть 2

9. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\frac{3 \sin \alpha - 5 \cos \alpha + 2}{\sin \alpha + 3 \cos \alpha + 6} = \frac{1}{3}$

10. Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $v(t) = 5 \sin \pi t$ (см/с), где t — время в секундах. Какую долю времени из первой секунды скорость движения превышала $2,5$ см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

11. Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали строить два одинаковых дома. В первой бригаде было 16 рабочих, а во второй — 25 рабочих. Через 7 дней после начала работы в первую бригаду перешли 8 рабочих из второй бригады, в результате чего оба дома были построены одновременно. Сколько дней потребовалось бригадам, чтобы закончить работу в новом составе?

12. Найдите точку максимума функции

$$y = \ln(x+10) - 5x + 7$$

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$(\sin 2x - \sin x)(\sqrt{2} + \sqrt{-2 \operatorname{ctg} x}) = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-4\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

14. Плоскость α перпендикулярна основанию правильной треугольной пирамиды $SABC$ и делит стороны AB и BC основания пополам.

а) Докажите, что плоскость α делит боковое ребро в отношении $1 : 3$, считая от вершины S .

б) Найдите площадь сечения пирамиды этой плоскостью, если известно, что сторона основания равна 2 , а высота пирамиды равна 4 .

15. Решите неравенство:

$$1 + \frac{11}{2^x - 8} + \frac{28}{4^x - 2^{x+4} + 64} \geq 0.$$

16. Точки A_1 и B_1 лежат на сторонах соответственно BC и AC треугольника ABC . Прямые AA_1 и BB_1 пересекаются в точке O , причём $AO : OA_1 = BO : OB_1$.

а) Докажите, что прямая CO проходит через середину отрезка A_1B_1 .

б) Найдите отношение площади четырёхугольника CA_1OB_1 к площади треугольника ABC , если $AO : OA_1 = BO : OB_1 = 4$.

17. Георгий взял кредит в банке на сумму $804\,000$ рублей. Схема выплата кредита такова: в конце каждого года банк увеличивает на 10 процентов оставшуюся сумму долга, а затем Георгий переводит в банк свой очередной платеж. Известно, что Георгий погасил кредит за три года, причем каждый его следующий платеж был ровно вдвое меньше предыдущего. Какую сумму Георгий заплатил в третий раз? Ответ дайте в рублях.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} ((x-5)^2 + (y-3)^2 - 9)((x-2)^2 + (y+1)^2) \leq 0, \\ y = ax + a + 3 \end{cases}$$

не имеет решений.

19. а) Существует ли конечная арифметическая прогрессия, состоящая из пяти натуральных чисел, такая, что сумма наибольшего и наименьшего членов этой прогрессии равна 99 ?

б) Конечная арифметическая прогрессия состоит из шести натуральных чисел. Сумма наибольшего и наименьшего членов этой прогрессии равна 9 . Найдите все числа, из которых состоит эта прогрессия.

в) Среднее арифметическое членов конечной арифметической прогрессии, состоящей из натуральных чисел, равно $6,5$. Какое наибольшее количество членов может быть в этой прогрессии?