

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

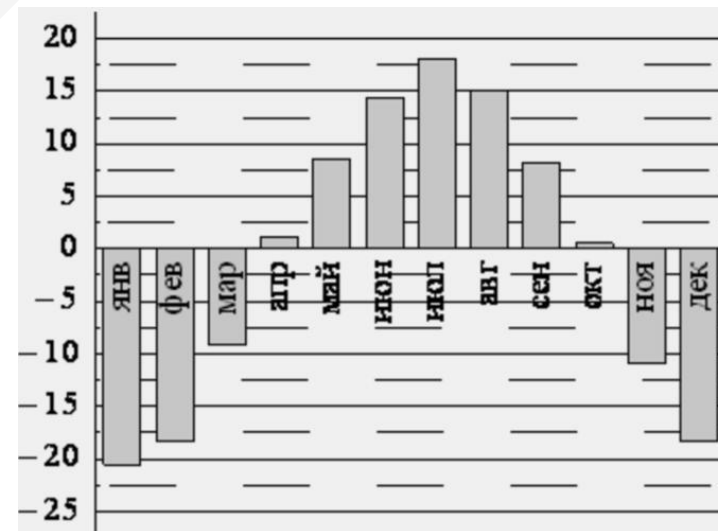
Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа записываются в поля ответов в тексте работы, а затем переносятся в бланк ответов № 1.

*Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

- 1** Пачка сливочного масла стоит 55 рублей. Пенсионерам магазин делает скидку 10%. Сколько рублей заплатит пенсионер за две пачки масла?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха (в градусах Цельсия) в Иркутске по результатам многолетних наблюдений. Найдите по диаграмме количество месяцев с начала февраля по конец августа, когда среднемесячная температура в Иркутске положительна.



Ответ: \_\_\_\_\_.

КИМ

Ответ: -0,8 .

10	-	0	,	8							
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

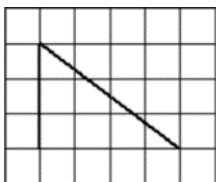
$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$



- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён угол. Найдите косинус этого угла.



Ответ: \_\_\_\_\_.

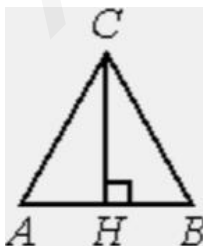
- 4 Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Биолог» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих матчах команда «Биолог» начнёт игру с мячом все три раза.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $5^{6+x} = 5$ .

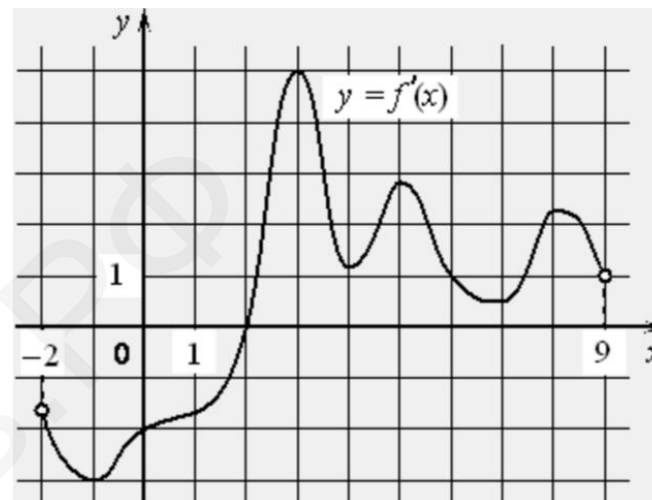
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 В равностороннем треугольнике  $ABC$  высота  $CH$  равна  $45\sqrt{3}$ . Найдите  $AB$ .



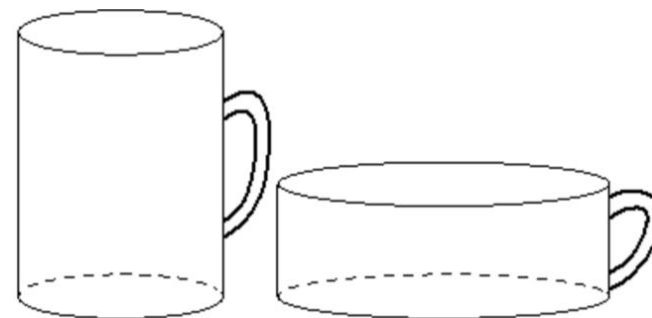
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-2; 9)$ . В какой точке отрезка  $[2; 8]$  функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Первая цилиндрическая кружка вдвое выше второй, зато вторая в три раза шире. Найдите отношение объёма второй кружки к объёму первой.



Ответ: \_\_\_\_\_.



9 Найдите значение выражения

$$\frac{\log_8 14}{\log_{64} 14}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне  $T_n = 25^\circ\text{C}$ , через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды  $m = 0,3$  кг/с. Проходя по трубе расстояние  $x$ , вода охлаждается от начальной температуры  $T_b = 57^\circ\text{C}$  до температуры  $T$ , причём  $x = \alpha \cdot \frac{cm}{\gamma} \cdot \log_2 \frac{T_b - T_n}{T - T_n}$ , где  $c = 4200 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$  — теплоёмкость воды,  $\gamma = 63 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$  — коэффициент теплообмена, а  $\alpha = 1,4$  — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 56 м.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 Первая труба наполняет резервуар на 13 минут дольше, чем вторая. Обе трубы, работая одновременно, наполняют этот же резервуар за 42 минуты. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?

Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите наибольшее значение функции  $y = x^5 + 20x^3 - 65x$  на отрезке  $[-4; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение

$$2\cos^3 x = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - x\right).$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-2\pi; -\pi]$ .

14 В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  сторона  $AB$  основания равна 6, а боковое ребро  $AA_1$  равно 3. На рёбрах  $AB$  и  $B_1C_1$  отмечены точки  $K$  и  $L$  соответственно, причём  $AK = B_1L = 2$ . Точка  $M$  — середина ребра  $A_1C_1$ . Плоскость  $\gamma$  параллельна прямой  $AC$  и содержит точки  $K$  и  $L$ .

а) Докажите, что прямая  $BM$  перпендикулярна плоскости  $\gamma$ .  
б) Найдите объём пирамиды, вершина которой — точка  $M$ , а основание — сечение данной призмы плоскостью  $\gamma$ .

15 Решите неравенство

$$\frac{9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 4}{3^x - 5} + \frac{2 \cdot 3^{x+1} - 51}{3^x - 9} \leq 3^x + 5.$$

16 Дана равнобедренная трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Окружность с центром  $O$ , построенная на боковой стороне  $AB$  как на диаметре, касается боковой стороны  $CD$  и второй раз пересекает большее основание  $AD$  в точке  $H$ , точка  $Q$  — середина  $CD$ .

а) Докажите, что четырёхугольник  $DQOH$  — параллелограмм.  
б) Найдите  $AD$ , если  $\angle BAD = 60^\circ$  и  $BC = 2$ .



17 15-го января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит. Найдите  $r$ .

18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} xy^2 - xy - 5y + 5 = 0, \\ \sqrt{5-y} \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

19 Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 10 раз больше, либо в 10 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 3024.

- а) Может ли последовательность состоять из двух членов?
- б) Может ли последовательность состоять из трёх членов?
- в) Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?

### О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ЕГЭ 100 баллов» <https://vk.com/ege100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

### Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!

Для замечаний и пожеланий: [https://vk.com/topic-10175642\\_39008096](https://vk.com/topic-10175642_39008096)  
(также доступны другие варианты для скачивания)

### СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

<b>ФИО:</b>	Евгений Пифагор
<b>Предмет:</b>	Математика
<b>Стаж:</b>	7 лет репетиторской деятельности
<b>Регалии:</b>	Основатель проекта Школа Пифагора
<b>Аккаунт ВК:</b>	<a href="https://vk.com/eugene10">https://vk.com/eugene10</a>
<b>Сайт и доп. информация:</b>	<a href="https://vk.com/shkolapifagora">https://vk.com/shkolapifagora</a> <a href="https://youtube.com/ШколаПифагора">https://youtube.com/ШколаПифагора</a>

