Олимпиада «Физтех» по математике

8 класс, онлайн-этап, 2013/14 год

1. Про группу из пяти человек известно, что: Андрей на 5 лет старше Андреева, Борис на 3 года старше Борисова, Василий на 2 года старше Васильева, Григорий на 1 год старше Григорьева. Еще в этой группе есть Дмитрий и Дмитриев. Кто старше и на сколько: Дмитрий или Дмитриев? В ответе укажите возраст Дмитрия минус возраст Дмитриева.

2. На плоскости отмечено пять точек: A, B, C, D и E. Известно, что $AB = 21$, $BC = 52$, $CD = 152$, $DE = 33$ и $EA = 46$. Какое наименьшее расстояние может быть между точками C и E?

3. Олег с папой пошли в тир. Они договорились, что Олег делает шесть выстрелов и за каждое попадание в цель получает право сделать ещё два выстрела. Всего Олег сделал 20 выстрелов. Сколько раз он попал в цель?

4. 811 новогодних подарков разложены по мешкам. В некоторых мешках лежит по n подарков, в других — по 15 подарков. Какое наименьшее значение может принимать n, если всего 30 мешков?

5. Сколько различных натуральных делителей у числа 15552?

6. На доску выписаны числа $a_1, a_2, \ldots, a_{200}$. Известно, что $a_1 = 3$, $a_2 = 9$. Найдите a_{200}, если для любого натурального n справедливо равенство $a_{n+2} = a_{n+1} - a_n$.

7. Предприниматель Петров купил в Ростове несколько мешков картошки и продал их в Москве, получив на 50000 рублей больше, чем потратил. На все вырученные деньги он снова купил в Ростове картошку и продал в Москве. На этот раз прибыль составила 75000 рублей. Сколько денег он потратил на первую покупку, если цены закупки и продажи мешка картошки не изменились?

8. Сколько существует делящихся на 9 одиннадцатизначных натуральных чисел, в записи которых участвуют только цифры 0 и 7?

9. На данный момент в классе 20 учеников, получивших с начала учебного года хотя бы одну двойку, 17 учеников, получивших не менее двух двоек, 8 учеников, получивших не менее трёх двоек, три ученика, получивших не менее четырёх двоек, один ученик, получивший пять двоек. Больше пяти двоек нет ни у кого. Сколько всего двоек в журнале?

10. Через сколько секунд после того, как часы показывали 10 часов, минутная стрелка догонит часовую? Ответ округлите до целого числа.

11. В парке росли дубы и клёны. Клёнов среди них было 90%. Весной в парке посадили ещё дубов, после чего клёнов стало 75%. А осенью посадили ещё клёнов, и клёнов стало снова 90%. Во сколько раз увеличилось количество деревьев в парке за год?

12. На столе рубашкой вверх была разложена колода из 36 игральных карт. Лёша перевернул 30 карт, затем Макс перевернул 19 карт, а после этого Боря — 21 карту. В результате вся колода оказалась рубашкой вниз. Сколько карт было перевёрнуто трижды?

ЯНДЕКС.РФ

13. У Царя Гороха было четверо сыновей, а дочерей не было. Его потомки тоже не имели дочерей, среди них 25 имели каждый по три сына, а у остальных вообще не было детей. Сколько потомков было у царя Гороха?

14. На сайте Druzhby.net зарегистрировалось 5000 человек. Каждый пригласил к себе в друзья по 2500 человек. Дружба между двумя людьми случается тогда и только тогда, когда каждый из них пригласил другого в друзья. Какое наименьшее количество дружб могло случиться?

15. Найдите сумму всех трёхзначных чисел, в записи которых содержится ровно две цифры 6.

16. Сколько существует способов составить комиссию из семи человек, выбирая её членов из восьми супружеских пар, но так, чтобы члены одной семьи не входили в комиссию одновременно?

17. Лёша принес в класс 36 орехов и решил разделить их между собой, Максом и Борей. Сколько способов существует это сделать, если у каждого в итоге должен оказаться хотя бы один орех?

18. Длины сторон треугольника ABC равны 13, 22 и 27. AA_1, BB_1 и CC_1 — его медианы, а AA_2, BB_2 и CC_2 — его высоты. Найдите длину замкнутой ломаной $A_1B_2C_1A_2B_1C_2A_1$.

19. Какое наибольшее значение может быть у наибольшего общего делителя чисел $13n + 6$ и $17n + 1$, если n — натуральное число?

20. В клетках таблицы 15×19 расставлены числа $1, 2, \ldots, 285$ в порядке возрастания (в первой строке слева направо от 1 до 19, во второй от 20 до 38 и т. д.). Фишка начала движение из клетки с номером 1 и, переходя в соседние по стороне клетки, в конце концов попала в клетку с номером 285. Найдите наименьшую возможную сумму чисел в клетках, в которых побывала фишка (включая первую и последнюю клетки).

ягубов.рф

Ответы

1. -11.

2. 119.

3. 7.

4. 34.

5. 42.

6. 9.

7. 100000.

8. 45.

9. 49.

10. 3273.

11. 3.

12. 17.

13. 79.

14. 2500.

15. 16251.

16. 1024.

17. 595.

18. 62.

19. 89.

20. 2451.

ЯГУБОВ.РФ