

## Проценты

**Процент** — это одна сотая часть. Например, 1% от 200 есть 2, а 7% от 10 равно 0,7. Очевидно, что 50% — это половина, 25% — это четверть, 20% — это одна пятая часть. Рассмотрим ещё некоторые примеры.

- Найти 37% от числа  $a$  — это значит умножить число  $a$  на 0,37. Получится  $0,37a$ .
- Увеличить число  $a$  на 40% — это значит прибавить к числу  $a$  40% от него, то есть  $0,4a$ . Получится  $a+0,4a = 1,4a$ . Таким образом, увеличить число на 40% — это значит умножить его на 1,4. Говорят также, что число  $1,4a$  на 40% больше, чем число  $a$ .
- Уменьшить число  $a$  на 10% — это значит вычесть из числа  $a$  10% от него, то есть  $0,1a$ . Получится  $a - 0,1a = 0,9a$ . Таким образом, уменьшить число на 10% — это значит умножить его на 0,9. Говорят также, что число  $0,9a$  на 10% меньше, чем число  $a$ .

## Задачи

1. 30% часа — это сколько минут? А 75% часа?

18 минут, 45 минут

2. Сколько градусов содержит угол, составляющий 60% прямого угла?

54°

3.  $3/8$  — сколько это процентов?

37,5%

4. Увеличить: а) 60 на 10%; б) 44 на 50%; в) 80 на 25%; г) 20 на 20%; д) 10 на 75%;  
е) 90 на 100%; ж) 200 на 200%, з) 1000 на 101,5%.

а) 66; б) 66; в) 100; г) 24; д) 17,5; е) 180; ж) 600; з) 2015

5. Барон Мюнхгаузен утверждает, что число 70, увеличенное на 80%, равно числу 80, увеличенному на 70%. Покажите, что барон, как обычно, говорит неправду.

6. Уменьшить: а) 70 на 10%; б) 12 на 50%; в) 60 на 25%; г) 35 на 20%; д) 28 на 75%; е) 200 на 99%.

а) 63; б) 6; в) 45; г) 28; д) 7; е) 2

7. Почтальон Печкин вышел на пенсию и теперь может покупать товары в простоквашинском супермаркете с 5%-ной скидкой. Сколько он заплатит за новый велосипед, который стоит 5000 рублей?

4750 рублей

8. Тришкин кафтан уценили на 55%. Какова его цена, если новый кафтан стоит 3000 рублей?

1350 рублей

9. Мистер Твистер вложил 1000000\$ в новое парходство и рассчитывает через год получить 25% прибыли. Правда, 15% от полученной прибыли придётся заплатить государству в качестве налога. Какую сумму денег заработает в итоге мистер Твистер?

2125000\$

10. На сколько процентов 50 больше, чем 40? На сколько процентов 40 меньше, чем 50?

на 25%. на 20%

11. Число  $a$  на 100% больше числа  $b$ . На сколько процентов  $b$  меньше  $a$ ?

на 50%

12. Число  $a$  на 20% меньше числа  $b$ . На сколько процентов  $b$  больше  $a$ ?

на 25%

13. Число  $a$  на 60% больше числа  $b$ . На сколько процентов  $b$  меньше  $a$ ?

на 37,5%

14. На Острове Невезения разразился финансовый кризис. За первую неделю кокосы подорожали на 40%, за вторую неделю — ещё на 30%. На сколько процентов цена на кокосы стала больше, чем до кризиса?

на 82%

15. Число  $a$  увеличили на 70%. Полученное число увеличили на 40%. На сколько процентов в результате увеличилось число  $a$ ?

на 138%

16. Сторона квадрата увеличилась на 30%. На сколько процентов увеличилась его площадь?

на 69%

17. Одну сторону прямоугольника увеличили на 20%, а другую уменьшили на 20%. Как и на сколько процентов изменилась площадь прямоугольника?

уменьшилась на 4%

18. Одну сторону прямоугольного параллелепипеда увеличили на 10%, другую увеличили на 30%, а третью уменьшили на 20%. Как и на сколько процентов изменился объём параллелепипеда?

увеличился на 14,4%

19. Петя закрасил 80% бумажного листа, причем 60% этой части он покрасил красным цветом, а остальное — синим. Сколько процентов листа покрашено красным цветом, и сколько — синим?

48% красным, 32% синим

20. Малыш и Карлссон съели 75% всего запаса варенья, причем на долю Малыша пришлось лишь 4% съеденного варенья. Сколько процентов от общего запаса варенья съел Малыш и сколько Карлссон?

3% съел Малыш, 72% — Карлссон

21. Мастер выполнил 60% работы, и ему заплатили 24 талера. Сколько стоит вся работа?

40 талеров

22. В бак налили 32 л воды и тем самым заполнили 40% его объёма. Каков объём бака?

80 л

23. Знаменатель дроби увеличился на 100%. На сколько процентов уменьшилась дробь?

на 50%

24. Знаменатель дроби уменьшился на 80%. На сколько процентов увеличилась дробь?

на 400%

25. Числитель дроби увеличили на 10%, а знаменатель уменьшили на 60%. На сколько процентов увеличилась в результате дробь?

на 175%

26. Автомобиль повысил скорость на 150%. На сколько процентов меньше времени ему потребуется теперь для прохождения того же расстояния?

на 60%

27. В некотором государстве вследствие подъёма экономики цены снизились в среднем на 20%. На сколько процентов повысился уровень жизни населения?

на 25%

28. Петя собирается положить 1000 рублей на три года в один из двух коммерческих банков. Первый банк предлагает 11% годовых по схеме простых процентов. Это означает, что итоговая прибыль Пети составит 11% от вложенной суммы, умноженные на срок вклада (в годах). Второй банк предлагает 10% годовых по схеме сложных процентов. В данной схеме начисление в первом году производится на вложенную сумму, а в каждом следующем — на сумму, имеющуюся к началу этого года (начисление процентов на проценты, или капитализация процентов). Какой банк вы посоветуете выбрать?

Второй

29. Инвестиционный фонд производит начисление 20% годовых по схеме сложных процентов. Коммерческий партнёр предлагает отдать деньги ему с гарантированным возвратом удвоенного капитала через четыре года. Какой способ вложения денег более выгоден?

Первый

30. Акции АО «Рога & Копыта» в январе поднялись в цене на 25%, в феврале упали на 30%, в марте вновь выросли на 20%, а в апреле упали на 5%. На сколько процентов изменилась в результате цена акций с начала года?

Уменьшилась на 0,25%

31. Илья Муромец, Добрыня Никитич и Алёша Попович учредили АО «Три богатыря». В начальный капитал созданного общества Илья Муромец внес 10 млн рублей, Добрыня Никитич — 6 млн рублей, Алёша Попович — 4 млн рублей. За год общество получило прибыль в размере 15 млн рублей. Сколько причитается каждому богатырю, если по закону об акционерных обществах учредитель получает столько процентов от общей прибыли, сколько процентов составляет его взнос в начальном капитале?

7,5 млн руб; 4,5 млн руб; 3 млн руб

32. Улов крокодилов на Острове Невезения ежегодно снижается на 30%. На сколько процентов меньше, чем сейчас, будет поймано крокодилов через три года?

На 65,7%

33. За два года Витя прибавил в росте на 44%, причём каждый год он вырастал на одно и то же число процентов. На какое?

На 20%

34. Морская вода содержит 5% соли (по массе). Сколько граммов пресной воды нужно добавить к 400 г морской воды, чтобы содержание соли стало 2%?

100 г

35. Ягоды содержат 90% влаги. Когда 5 кг ягод высушили на солнце, их влажность упала до 20%. Какова стала масса ягод?

625 г

36. В казне тридевятого царства 99% золотых монет и 1% серебряных. Царь сказал Иванушке: «Вызволишь Марью-царевну из лап Кащея — получишь золота в количестве 10% от всех моих монет». Иванушка ответил: «Лучше отдай мне Марью-царевну в жёны и впридачу немного золота. Достаточно будет мне такого количества, что число оставшихся у тебя золотых монет составит 98% всех твоих монет». Экономный царь моментально согласился. Когда же пришёл черёд платить, царю впору было схватиться за голову. Сколько золота вместе с Марьей-царевной вынужден он отдать хитрому Иванушке?

50/99 от количества золотых монет

37. (Математический праздник, 1996, 6.2) Алик, Боря и Вася собирали грибы. Боря собрал грибов на 20% больше, чем Алик, но на 20% меньше, чем Вася. На сколько процентов больше Алика собрал грибов Вася?

На 50%

38. (Московская устная олимпиада, 2004, 6.2) Одно число увеличили на 2%, а другое — на 3%. Могла ли сумма увеличиться на 5%? (Числа считаются положительными.)

39. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 5–6.3; 7–9.2) Пятеро бегунов бежали эстафету. Если бы первый бежал в два раза быстрее, то они бы потратили на 5% меньше времени. Если бы второй бежал в два раза быстрее, то потратили бы на 10% меньше времени. Если бы третий бежал в два раза быстрее, то потратили бы на 12% меньше времени. Если бы четвёртый бежал в два раза быстрее, то потратили бы на 15% меньше времени. На сколько процентов меньше времени они бы потратили, если бы пятый бежал в два раза быстрее?

8% на

40. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 5–6.4; 7–8.3) В тесте четыре раздела, каждый из которых содержит одинаковое количество вопросов. Андрей правильно ответил на 20 вопросов. При этом процент его верных ответов оказался больше 60, но меньше 70. Сколько вопросов было в тесте?

32

41. (Математический праздник, 2009, 6.3) В парке росли липы и клёны. Клёнов среди них было 60%. Весной в парке посадили липы, после чего клёнов стало 20%. А осенью посадили клёны, и клёнов стало снова 60%. Во сколько раз увеличилось количество деревьев в парке за год?

В шесть раз

42. (Московская устная олимпиада, 2014, 6.8) Вася положил некую сумму в рублях в банк под 20% годовых. Петя взял другую сумму в рублях, перевёл её в доллары и положил в банк под 10% годовых. За год цена одного доллара в рублях увеличилась на 9,5%. Когда через год Петя перевёл свой вклад в рубли, то оказалось, что за год Вася и Петя получили одинаковую прибыль. У кого первоначально была сумма больше — у Васи или у Пети?

У Васи

43. (Московская устная олимпиада, 2010, 6.8) Буратино закопал на Поле Чудес два слитка — золотой и серебряный. В те дни, когда погода хорошая, золотой слиток увеличивается на 30%, а серебряный — на 20%. А в те дни, когда погода плохая, золотой слиток уменьшается на 30%, а серебряный — на 20%. Через неделю оказалось, что один из слитков увеличился, а другой уменьшился. Сколько дней была хорошая погода?

4

44. (Московская устная олимпиада, 2015, 7.1) Три пирата делили мешок монет. Первый забрал  $\frac{3}{7}$  всех монет, второй — 51% остатка, после чего третьему осталось на 8 монет меньше, чем получил второй. Сколько монет было в мешке?

002

45. (Всеросс., 2016, II этап, 7.3) На завтрак Карлсон съел 40% торта, а Малыш съел 150 г. На обед Фрекен Бок съела 30% остатка и ещё 120 г, а Матильда вылизала оставшиеся 90 г крошек от торта. Какой массы был торт изначально?

1 052

46. (*Турнир Архимеда, 2015.2*) На завтрак Малыш и Карлсон ели конфеты, причем Карлсон съел все свои конфеты, а Малыш только 20% своих конфет. Известно, что вместе они съели 80% всех конфет, имевшихся у них до завтрака. У кого из них до завтрака было больше конфет и во сколько раз?

У Карлсона в 4 раза больше конфет, чем у Малыша

47. (*Турнир Архимеда, 2011.2*) У Феде в дневнике на 10% больше двоек, чем у Лизы. Федя исправил 10% своих двоек, а Лиза — 1% своих. У кого из них осталось больше неисправленных двоек?

У Лизы

48. (*Математический праздник, 1994, 7.1*) За два года завод снизил объём выпускаемой продукции на 51%. При этом каждый год объём выпускаемой продукции снижался на одно и то же число процентов. На сколько?

На 30%

49. (*Математический праздник, 2001, 7.2*) Приходя в тир, игрок вносит в кассу 100 рублей. После каждого удачного выстрела количество его денег увеличивается на 10%, а после каждого промаха — уменьшается на 10%. Могло ли после нескольких выстрелов у него оказаться 80 рублей 19 копеек?

Нет

50. (*Математический праздник, 1998, 7.2*) В банановой республике прошли выборы в парламент, в котором участвовали все жители. Все голосовавшие за партию «Мандарин» любят мандарины. Среди голосовавших за другие партии 90% не любят мандарины. Сколько процентов голосов набрала партия «Мандарин» на выборах, если ровно 46% жителей любят мандарины?

40%

51. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2016, 7–8.2; 9.1*) Знайка сказал Незнайке, что для того, чтобы перевести килолуны в килограммы, нужно разделить массу в килолунах на 4 и полученное число уменьшить на 4%. Незнайка решил, что для перевода из килограммов в килолуны нужно массу в килограммах умножить на 4 и полученное число увеличить на 4%. На сколько процентов от правильного значения массы в килолунах он ошибётся, если будет так переводить?

На 0,16%

52. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2016, 7–8.2; 9.1*) Мудрый Гендальф сказал Фродо, что для того, чтобы перевести эльфийские мили в обычные, нужно разделить расстояние в эльфийских милях на 5 и полученное число уменьшить на 5%. Фродо решил, что для перевода из человеческих миль в эльфийские нужно расстояние в обычных милях умножить на 5 и полученное число увеличить на 5%. На сколько процентов от правильного значения расстояния в эльфийских милях он ошибётся, если будет так переводить?

На 0,25%

53. (*Математический праздник, 1991, 7.3*) В начале года винтики, шпунтики и гаечки продавались по одинаковой цене 1 рубль за 1 кг. 27 февраля Верховный Совет СССР принял закон о повышении цены на винтики на 50% и снижении цены на шпунтики на 50%. 28 февраля Верховный Совет РСФСР принял закон о снижении цены на винтики на 50% и повышении цены на шпунтики на 50%. Какой товар будет самым дорогим и какой самым дешёвым в марте?

54. (*Московская устная олимпиада, 2014, 7.4*) В начале года в 7 классе учились 25 человек. После того как туда пришли семеро новеньких, процентный состав отличников увеличился на 10 (если в начале года он был  $a\%$ , то теперь —  $(a + 10)\%$ ). Сколько теперь отличников в классе?

55. (*«Ломоносов», 2011, 7.5*) На какое наименьшее число процентов следует увеличить цену товара, чтобы, продавая его затем с 20%-ной скидкой от новой цены, не остаться в убытке, т. е. чтобы цена товара со скидкой была не меньше первоначальной?

25%

56. (*«Ломоносов», 2012, 7.6*) В результате проведённого в школе конкурса юных талантов призы получили 58% участников. Довольными итогами конкурса остались 95% участников, причём 60% из них получили призы. Какая часть недовольных участников конкурса получила призы?

20%

57. (*Московская устная олимпиада, 2008, 7.6*) Толстый выпуск газеты стоит 30 рублей, а тонкий — дешевле. Для пенсионеров установлена скидка на одно и то же количество процентов на все газеты, поэтому тонкий выпуск той же газеты они покупают за 15 рублей. Известно, что в любом случае газета стоит целое количество рублей. Сколько стоит тонкая газета без скидки и сколько стоит толстая газета для пенсионеров?