

5.4. Векторные интерпретации в алгебре

Упражнения к 5.4

1. а) Найдите наименьшее значение параметра a , при котором имеет хотя бы один корень уравнение $\sqrt{4x^2 + 20x + 29} + \sqrt{4x^2 - 28x + 58} = a$.

б) Найдите наименьшее значение параметра a , при котором имеет хотя бы один корень уравнение $\sqrt{9x^2 - 6x + 17} + \sqrt{9x^2 - 54x + 85} = a$.

2. а) Найдите наименьшее значение параметра a , при котором имеет хотя бы один корень уравнение $\sqrt{(5x+1)^2 + (5x+2)^2} + \sqrt{(5x+7)^2 + (5x-6)^2} = a$.

б) Найдите наименьшее значение параметра a , при котором имеет хотя бы один корень уравнение $\sqrt{(11x+3)^2 + (11x+7)^2} + \sqrt{(11x+15)^2 + (11x+2)^2} = a$.

3. а) Найдите наибольшее значение параметра a , при котором имеет хотя бы один корень уравнение $x(6\sqrt{64 - 49x^2} + 7\sqrt{25 - 36x^2}) = a$.

б) Найдите наибольшее значение параметра a , при котором имеет хотя бы один корень уравнение $x(4\sqrt{81 - 25x^2} + 5\sqrt{49 - 16x^2}) = a$.

4. а) Найдите наибольшее значение параметра a , при котором имеет хотя бы один корень уравнение $ax^2 = |5x-1|\sqrt{6x-1} + |3x-1|\sqrt{10x-1}$.

б) Найдите наибольшее значение параметра a , при котором имеет хотя бы один корень уравнение $ax^2 = |7x-1|\sqrt{8x-1} + |4x-1|\sqrt{14x-1}$.

5. а) Найдите наименьшее значение выражения $z = |5x-6y| + \sqrt{(5x-3)^2 + (3y+4)^2}$.

б) Найдите наименьшее значение выражения $z = |7x+10y| + \sqrt{(7x+3)^2 + (5y+4)^2}$.

6. а) Найдите наибольшее значение выражения $z = y\sqrt{36-x^2} + x\sqrt{77+4y-2y^2}$.

б) Найдите наибольшее значение выражения $z = y\sqrt{144-x^2} + x\sqrt{55+6y-2y^2}$.

7. а) Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x + y + z = \sqrt{13}, \\ \sqrt{x^2+1} + \sqrt{y^2+4} + \sqrt{z^2+9} = 7. \end{cases}$$

б) Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x + y + z = \sqrt{19}, \\ \sqrt{x^2+1} + \sqrt{y^2+9} + \sqrt{z^2+25} = 10. \end{cases}$$

8. а) Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x + y + z = 1, \\ \sqrt{4x+1} + \sqrt{4y+1} + \sqrt{4z+1} = \sqrt{21}. \end{cases}$$

б) Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x + y + z = 2, \\ \sqrt{3x+2} + \sqrt{3y+2} + \sqrt{3z+2} = 6. \end{cases}$$

9. а) Решите неравенство $\sqrt{x+1} + \sqrt{2x-3} + \sqrt{50-3x} \leq 12$.

б) Решите неравенство $\sqrt{x-1} + \sqrt{3x+2} + \sqrt{17-4x} \leq 3\sqrt{6}$.

10. а) Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 9, \\ \sqrt{x^2+1} + \sqrt{4y^2+1} + \sqrt{9z^2+1} = 6. \end{cases}$$

б) Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 4, \\ \sqrt{x^2+1} + \sqrt{2y^2+3} + \sqrt{3z^2+4} = 6. \end{cases}$$

Ответы к упражнениям 5.4

1. а) 13; б) 10. 2. а) 10; б) 13. 3. а) 40; б) 63. 4. а) $a=15$; б) $a=28$. 5. а)
 $\min z = z\left(\frac{4}{25}; \frac{2}{15}\right) = \frac{11}{\sqrt{5}}$; б) $\min z = z\left(-\frac{4}{35}; \frac{2}{25}\right) = \frac{11}{\sqrt{5}}$. 6. а) $\max z = z\left(\frac{2}{3}\sqrt{77}; 2\right) = 54$; б)
 $\max z = z(1, 5\sqrt{55}; 3) = 96$. 7. а) $\left(\frac{\sqrt{13}}{6}; \frac{\sqrt{13}}{3}; \frac{\sqrt{13}}{2}\right)$; б) $\left(\frac{\sqrt{19}}{9}; \frac{\sqrt{19}}{3}; \frac{5\sqrt{19}}{9}\right)$. 8. а) $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$; б)
 $\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$. 9. а) $\left[\frac{3}{2}; \frac{50}{3}\right]$; б) $\left[1; \frac{17}{4}\right]$. 10. а) $\left(\pm\sqrt{3}; \pm\frac{\sqrt{3}}{2}; \pm\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ (со всеми возможными
комбинациями знаков – всего 8 решений); б) $\left(\pm\sqrt{3}; \pm\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right)$ (со всеми возможными
комбинациями знаков – всего 4 решения).