

4.2. Преобразования графиков**Упражнения к 4.2**

1. а) Постройте график функции $y = \frac{2x+1}{2x^2+x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

б) Постройте график функции $y = \frac{x-2}{2x-x^2}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

2. а) Постройте график функции $y = x^2 - 2x - 4|x|$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c - 2$ имеет с графиком не менее одной, но не более трех общих точек.

б) Постройте график функции $y = 3|x| + x - x^2$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c - 3$ имеет с графиком не менее одной, но не более двух общих точек.

3. а) Найдите все значения параметра a , для каждого из которых имеет единственный корень уравнение $3a + \sqrt{-3 - 4x - x^2} = ax + 1$.

б) Найдите все значения параметра a , для каждого из которых имеет единственный корень уравнение $ax + \sqrt{-5 - 6x - x^2} = 5a + 2$.

4. а) Найдите все значения параметра a , для каждого из которых имеет единственный корень уравнение $ax + 2a + 3 = \sqrt{-7 + 8x - x^2}$.

б) Найдите все значения параметра a , для каждого из которых имеет единственный корень уравнение $6a + \sqrt{-24 - 10x - x^2} = ax + 1$.

5. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $12|x^2 - 4| = 2a + |a - 12x + 12| + 36$ имеет ровно три различных корня.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $6|x^2 - 4| = 2a + |a + 6x + 6| + 18$ имеет ровно три различных корня.

6. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\frac{1}{2}ax + \left| \frac{1}{x} + 2 \right| = 2a$ имеет хотя бы один корень, и указать число корней уравнения для каждого значения a .

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\frac{1}{3}ax + \left| \frac{1}{x} + 1 \right| = a$ имеет хотя бы один корень, и укажите число корней уравнения для каждого значения a .

7. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $ax|x| + |3x + 2| = 2a|x|$ имеет ровно один корень.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $ax|x| + |5x + 2| = 6a|x|$ имеет ровно три различных корня.

8. а) Решите неравенство $\frac{3}{x+2} > \frac{\log_2(x+8)-1}{x}$.

б) Решите неравенство $\frac{3}{x+4} > \frac{\log_2(x+16)-2}{x}$.

9. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $2 + \left| \frac{5}{x} - 3 \right| = ax$ имеет более двух положительных корней.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $4 + \left| \frac{5}{x} - 6 \right| = 2ax$ имеет более двух положительных корней.

10. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $a|x-3| = \frac{5}{x+2}$ имеет более двух неотрицательных корней.

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $a|x-6| = \frac{10}{x+4}$ имеет более двух неотрицательных корней.

11. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений
$$\begin{cases} y = \sqrt{5+4x-x^2} + 2, \\ y = \sqrt{9-a^2+2ax-x^2} + a. \end{cases}$$

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет единственное решение система уравнений
$$\begin{cases} y = \sqrt{5-8x-4x^2} + 2, \\ y+2a = \sqrt{9-4a^2+8ax-4x^2}. \end{cases}$$

12. а) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $|x+3| - a|x-1| = 4$ имеет хотя бы один корень, и укажите корни уравнения для каждого значения a .

б) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $a|x+3| + 2|x+4| = 2$ имеет хотя бы один корень, и укажите корни уравнения для каждого значения a .

Ответы к упражнениям 4.2

1. а) 4; б) $-0,25$. 2. а) $[-7; 1] \cup [2; +\infty)$; б) $(-\infty; 3) \cup (4; 7]$. 3. а) $\{0\} \cup \left(\frac{1}{6}; \frac{1}{4}\right]$; б) $\left[-\frac{1}{3}; -\frac{1}{5}\right) \cup \{0\}$. 4. а) $\left[-1; -\frac{1}{3}\right) \cup \{0\}$; б) $\{0\} \cup \left(\frac{1}{12}; \frac{1}{10}\right]$. 5. а) $-24; 1$; б) $-12; 0,5$. 6. а) один корень, если $a \in (-\infty; 0] \cup (0,5; 2)$; два корня, если $a \in \{0,5; 2\}$; три корня, если $a \in \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$; б) один корень, если $a \in (-\infty; 0] \cup \left(\frac{1}{3}; 3\right)$; два корня, если $a \in \left\{\frac{1}{3}; 3\right\}$; три корня, если $a \in \left(0; \frac{1}{3}\right) \cup (3; +\infty)$. 7. а) $a \in (-\infty; 0] \cup (0,5; 4,5)$; б) $a \in (0; 0,5) \cup \left(\frac{25}{18}; +\infty\right)$. 8. а) $(-2; 0)$; б) $(-4; 0)$. 9. а) $(1,2; 1,25)$; б) $(2,4; 2,5)$. 10. а) $\left(\frac{4}{5}; \frac{5}{6}\right]$; б) $\left(\frac{2}{5}; \frac{5}{12}\right]$. 11. а) $[-1; 2) \cup (2; 5]$; б) $[-2,5; -1) \cup (-1; 0,5]$. 12. а) 1 при $a = 1$; $[-3; 1]$ при $a = -1$; $\left\{\frac{a+7}{a-1}; 1\right\}$ при $a \in (-1; 1)$; $[1; +\infty)$ при $a \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. б)

$$\begin{aligned} & [-4; -3] \quad \text{при} \quad a = 2; \quad [-3; +\infty) \quad \text{при} \quad a = -2; \quad \{-3\} \quad \text{при} \quad a \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty); \\ & \left\{ -3; -\frac{3a+10}{a+2} \right\} \quad \text{при} \quad a \in (-2; 2). \end{aligned}$$

ЯГубов.РФ