

Решите неравенство (систему неравенств):

1. a) $(2x^2 - 7x + 6)(x + 2) \leq (x^2 + x - 2)(x - 2)$; б) $(2x^2 + 5x - 3)(x - 3) \leq (x^2 - x - 6)(x + 3)$.

2. a) $\begin{cases} x^4 - 4x^3 + 4x^2 \geq 9, \\ x^4 - 6x^3 + 9x^2 \leq 16. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^4 - 8x^3 + 16x^2 \geq 25, \\ x^4 - 10x^3 + 25x^2 \leq 36. \end{cases}$

3. a) $\frac{x^2 - 9}{2x + 5} \leq \frac{x^2 - 9}{3x + 2}$; б) $\frac{x^2 - 4}{4x + 3} \geq \frac{x^2 - 4}{3x + 5}$.

4. a) $\begin{cases} \frac{x^2 + 4x - 8}{x^2 - 16} \leq \frac{x+5}{x+4} + \frac{1}{x-2}, \\ \frac{x^2 - 2x - 1}{x-2} + \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x-3} \geq x + x^2. \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{x^2 + 5x - 10}{x^2 - 25} \leq \frac{x+6}{x+5} + \frac{2}{x-3}, \\ \frac{x^2 - 3x - 2}{x-3} - \frac{x^3 - 5x^2 - 4}{x-5} \geq x - x^2. \end{cases}$

5. a) $(x-5)\sqrt{x-4} \geq 3x-15$; б) $(x-7)\sqrt{x-6} \geq 2x-14$.

6. a) $\begin{cases} x^2\sqrt{36-x^2} \leq 25\sqrt{36-x^2}, \\ \frac{\sqrt{x+6}}{x+2} \geq \frac{\sqrt{x+6}}{2x-3}. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2\sqrt{16-x^2} \leq 9\sqrt{16-x^2}, \\ \frac{\sqrt{x+4}}{x+2} \geq \frac{\sqrt{x+4}}{2x-1}. \end{cases}$

7. a) $2x\sin x + 1 \geq 2x + \sin x$; б) $2x\cos x - 3 \leq 3\cos x - 2x$.

8. a) $\begin{cases} 3x - \sin x \leq x\sin x - 3, \\ x - \cos x \geq x\cos x - 1. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x + \cos x \geq x\cos x + 2, \\ x + \sin x \leq x\sin x + 1. \end{cases}$

9. a) $11 \cdot 4^x + 17^x > 17^{x-1} + 3 \cdot 4^{x+1} + 4^{x+2}$; б) $3^{x+1} + 10^x < 10^{x-1} + 4 \cdot 3^x + 3^{x+2}$.

10. a) $\begin{cases} x^2 \cdot 3^x + 4 \leq x^2 + 4 \cdot 3^x, \\ x^2 \cdot 5^x + 20 \geq 5x^2 + 4 \cdot 5^x. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 \cdot 5^x + 9 \leq x^2 + 9 \cdot 5^x, \\ x^2 \cdot 2^x + 18 \geq 2x^2 + 9 \cdot 2^x. \end{cases}$

11. a) $x\log_7 x + 1 > x + \log_7 x$; б) $x\log_5 x + 2 > x + 2\log_5 x$.

12. a) $\begin{cases} \frac{\log_6(x+5)}{x-2} \leq \frac{\log_6(x+5)}{x+2}, \\ \frac{x^2 + x\log_7(2x+9) - 1}{x^2 - x} \leq 1 + \frac{1}{x}. \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{\log_3(x+6)}{x-3} \leq \frac{\log_3(x+6)}{x+3}, \\ \frac{x^2 + x\log_7(2x+11) - 4}{x^2 - 2x} \leq 1 + \frac{2}{x}. \end{cases}$

Ответы к упражнениям

1. a) $(-\infty; -2] \cup \{2\}$; б) $(-\infty; -3] \cup \{3\}$. 2. a) $\{-1\} \cup [3; 4]$; б) $\{-1\} \cup [5; 6]$. 3. a) $(-\infty; -3] \cup \left(-\frac{2}{3}; -\frac{1}{2}\right) \cup \{3\}$; б) $(-\infty; -2] \cup \left(-\frac{5}{3}; -\frac{3}{4}\right) \cup \{2\}$. 4. a) $\{1\} \cup (3; 4)$; б) $\{1\}$. 5. a) $[4; 5] \cup [13; +\infty)$; б) $[6; 7] \cup [10; +\infty)$. 6. a) $\{-6\} \cup (-2; 1,5) \cup \{5; 6\}$; б) $\{-4\} \cup (-2; 0,5) \cup \{3; 4\}$. 7. a) $(-\infty; 0,5] \cup \left\{\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right\}$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $(-\infty; 1,5] \cup \{\pi + 2\pi n\}$, $n \in \mathbb{Z}$. 8. a) $\{-2\pi n; -1\}$, $n \in \mathbb{N}$; б) $\left\{1; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right\}$, $n \in \{0\} \cup \mathbb{N}$. 9. a) $(2; +\infty)$; б) $(-\infty; 2)$. 10. a) $\{-2\} \cup [0; 1] \cup \{2\}$; б) $\{-3\} \cup [0; 1] \cup \{3\}$. 11. a) $(0; 1) \cup (7; +\infty)$; б) $(0; 2) \cup (5; +\infty)$. 12. a) $\{-4\} \cup (-2; 0) \cup (0; 1)$; б) $\{-5\} \cup (-3; 0) \cup (0; 2)$.