

Задание №16

ТИП #1

1. $ABCD$ трапеция. $AD = 2BC$, AD, BC - основания. M — точка, такая, что углы ABM и MCD прямые.
а) Доказать, что $MA = MD$.
б) Расстояние от M до $AD = BC$, а угол ADC равен 55° . Найдите угол BAD .

ТИП #2

2. В трапеции $ABCD$ угол BAD прямой. Окружность построенная на большем основании AD как на диаметре, пересекает меньшее основание BC в точке S и M .
а) Докажите, что угол BAM равен углу CAD .
б) Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O .
Найдите площадь треугольника AOB , если $AB=6$, а $BC=4BM$.

ТИП #3

3. Дана равнобедренная трапеция, в которой $AD = 3BC$. Высота CM .
а) Доказать, что M делит AD в отношении 2 к 1.
б) Найдите расстояние от точки C до середины BD , если $AD=18$, $AC=4$ корня из 13.

ТИП #4

4. Дана трапеция с диагоналями равными 8 и 15. Сумма оснований равна 17.
а) Докажите, что диагонали перпендикулярны.
б) Найдите площадь трапеции.
5. Дана трапеция с диагоналями равными 6 и 8. Сумма оснований равна 10.
а) Докажите, что диагонали перпендикулярны.
б) Найдите высоту трапеции.
6. Дана трапеция с диагоналями равными 20 и 21. Сумма оснований равна 29.
а) Докажите, что диагонали перпендикулярны.
б) Найдите высоту трапеции.
7. Дана трапеция с диагоналями равными 5 и 12. Сумма оснований равна 13.
а) Докажите, что диагонали перпендикулярны.
б) Найдите высоту трапеции.

ТИП #5

8. Точка E — середина боковой стороны трапеции $ABCD$. На стороне AB отмечена точка K так, что CK параллельно AE и пересекает BE в точке O .
- Докажите, что $CO = KO$.
 - Найдите отношение оснований трапеции BC к AD , если площадь треугольника BCK составляет $9/64$ от площади трапеции.

ТИП #6

9. Дана трапеция $ABCD$, так что $AD = 2BC$, и точка M внутри трапеции, углы ABM и DCM прямые.
- Докажите, что $AM = DM$.
 - Найдите угол BAD , если угол CDA равен 50 градусов, а высота проведенная из точки M к AD равна BC .

ТИП #7

10. Две окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B , причём точки O_1 и O_2 лежат по разные стороны от прямой AB . Продолжение диаметра CA первой окружности и хорды CB этой же окружности пересекают вторую окружность в точках D и E соответственно.
- Докажите, что треугольники CBD и O_1AO_2 подобны.
 - Найдите AD , если угол DAE равен углу BAC , а радиус второй окружности в четыре раза больше радиуса первой и $AB = 2$.
11. Две окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B , причём точки O_1 и O_2 лежат по разные стороны от прямой AB . Продолжение диаметра CA первой окружности и хорды CB этой же окружности пересекают вторую окружность в точках D и E соответственно.
- Докажите, что треугольники CBD и O_1AO_2 подобны.
 - Найдите AD , если угол DAE равен углу BAC , а радиус второй окружности втрое больше радиуса первой и $AB = 3$.

ТИП #8

12. Две окружности с центрами O_1 и O_2 и радиусами 3 и 4 пересекаются в точках A и B . Через точку A проведена прямая MK пересекающая обе окружности в точках M и K , причём точка A находится между ними.
- Докажите, что треугольники BMK и O_1AO_2 подобны.
 - Найдите расстояние от точки B до прямой MK , если $O_1O_2 = 5$, $MK = 7$.

ТИП #9

13. В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота CH из вершины прямого угла. В треугольники ACH и BCH вписаны окружности с центрами O_1 и O_2 соответственно, касающиеся прямой CH в точках M и N соответственно.
- а) Докажите, что прямые AO_1 и CO_2 перпендикулярны.
- б) Найдите площадь четырехугольника MO_1NO_2 , если $AC = 20$; $BC = 15$.

ТИП #10

14. Две окружности касаются внутренним образом в точке A , причём меньшая окружность проходит через центр O большей. Диаметр BC большей окружности вторично пересекает меньшую окружность в точке M , отличной от A . Лучи AO и AM вторично пересекают большую окружность в точках P и Q соответственно. Точка C лежит на дуге AQ большей окружности, не содержащей точку P .
- а) Докажите, что прямые PQ и BC параллельны.

б) Известно, $\sin \angle AOC = \frac{\sqrt{5}}{3}$

Прямые PC и AQ пересекаются в точке K . Найдите отношение $QK:KA$.

15. Две окружности касаются внутренним образом в точке A , причём меньшая окружность проходит через центр O большей. Диаметр BC большей окружности вторично пересекает меньшую окружность в точке M , отличной от A . Лучи AO и AM вторично пересекают большую окружность в точках P и Q соответственно. Точка C лежит на дуге AQ большей окружности, не содержащей точку P .
- а) Докажите, что прямые PQ и BC параллельны.

б) Известно, $\sin \angle AOC = \frac{\sqrt{15}}{4}$

Прямые PC и AQ пересекаются в точке K . Найдите отношение $QK:KA$.

ТИП #11

16. Основания трапеции равны 4 и 9, а её диагонали равны 5 и 12.
- а) Докажите, что диагонали перпендикулярны.
- б) Найдите площадь трапеции.