ВСЕ ЗАДАНИЯ С ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ ОСНОВНАЯ ВОЛНА

2 июня 2017

10-е издание
заключительное

РЕПЕТИТОР ПО МАТЕМАТИКЕ
ЯГУБОВ.РФ
РОМАН БОРИСОВИЧ

Задание №1

ТИП #1

1. *В школе французский язык изучают 133 учащихся, что составляет 28% от числа всех учащихся школы. Сколько учащихся в школе?*

2. *Задачу №1 правильно решили 13230 человек, что составляет 42% от выпускников города. Сколько всего выпускников в этом городе?*

3. *На специальный курс "Дифференциальная геометрия" пришло 74 студента первого курса, что составляет 40% от всех первокурсников. Сколько всего студентов учится на первом курсе?*

4. *В некоторый вуз хотят поступить 60 выпускников школы, что составляет 50% от общего количества выпускников. Сколько выпускников всего в школе?*

5. *Олимпиаду по математике писало 6 учеников, что составляло 5% от числа всех учеников. Найдите количество учеников.*

6. *Студентами технических вузов собираются стать 48 выпускников школы. Они составляют 30% от числа выпускников. Сколько в школе выпускников?*

ТИП #2

7. *В сентябре 1 кг слив стоил 60 рублей. В октябре сливы подорожали на 50%. Сколько рублей стоил 1 кг слив после подорожания в октябре?*

8. *Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича равна 30000 рублей. Какую сумму он получит после вычета налога на доходы? Ответ дайте в рублях.*

ТИП #3

9. *Товар подорожал на 25%, цена стала составлять 1625 рублей. Какая была изначальная цена товара?*

10. *Зарплата после удержания налога в 13% составила 13050 рублей. Найдите зарплату до удержания.*

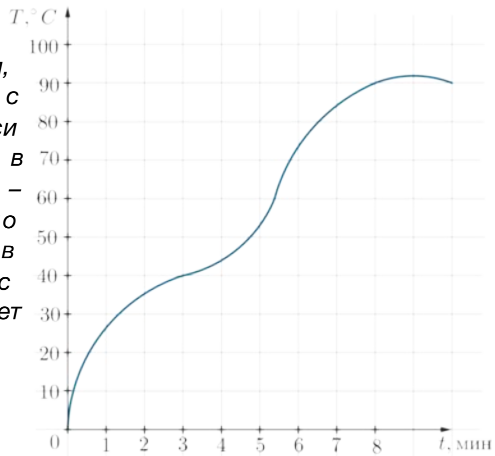
11. *Чайник после повышения цены на 20% стал стоить 2280 рублей. Сколько рублей стоил этот чайник до повышения цены?*

12. *Цена на электрический чайник была повышена на 14% и составила 1596 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?*

Задание №2

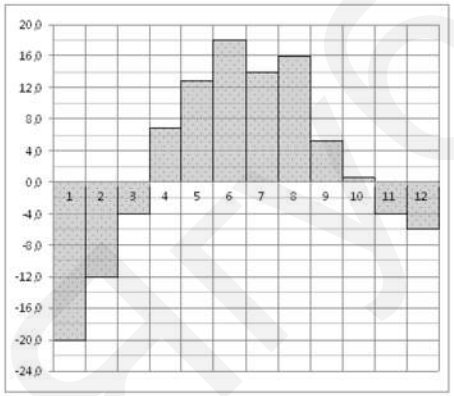
ТИП #1

1. *На графике показана зависимость температуры воды, выраженная в градусах Цельсия, от времени, отсчитываемого с начала её нагревания. На оси абсцисс откладывается время в минутах, на оси ординат – температура. Определите по графику, на сколько градусов изменилась температура воды с 3-х минут до 8-ми минут. Ответ дайте в градусах Цельсия.*



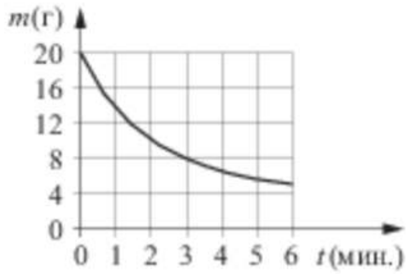
ТИП #2

2. *На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами в 1973 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.*



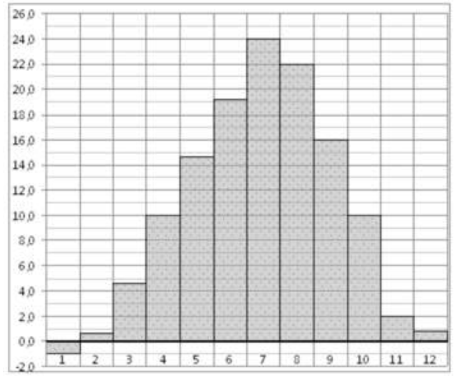
ТИП #3

3. *В ходе химической реакции количество исходного вещества (реагента), которое ещё не вступило в реакцию, со временем постепенно уменьшается. На рисунке эта зависимость представлена графиком. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее с момента начала реакции, на оси ординат — масса оставшегося реагента, который ещё не вступил в реакцию (в граммах). Определите по графику, сколько граммов реагента вступило в реакцию за три минуты?*

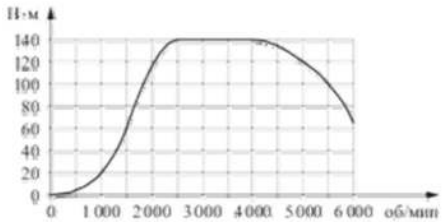


ТИП #4

4. *На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде (Горьком) за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев с положительной среднемесячной температурой.*



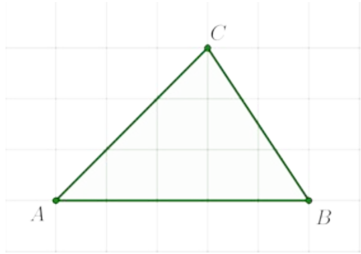
5. *На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту, на оси ординат — крутящий момент в Н·м. Скорость автомобиля (в км/ч) приближенно выражается формулой $v = 0{,}036n$ где n — число оборотов двигателя в минуту. С какой наименьшей скоростью должен двигаться автомобиль, чтобы крутящий момент был равен 120 Н·м? Ответ дайте в километрах в час.*



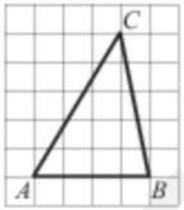
Задание №3

ТИП #1

1. На клетчатой бумаге изображен треугольник ABC. Найдите среднюю линию этого треугольника, параллельную стороне AB.

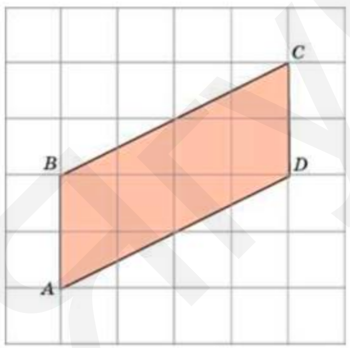


2. На клетчатой бумаге с размером клетки изображён треугольник . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB .

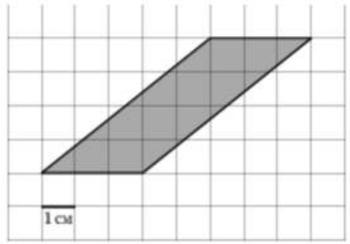


ТИП #2

3. На клетчатой бумаге изображен параллелограмм ABCD. Найдите его площадь. Ответ дайте в квадратных клетках.

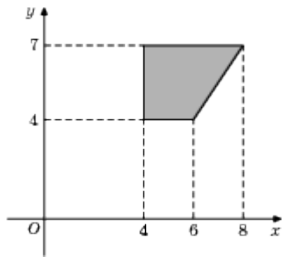


4. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см х 1 см изображён параллелограмм. Найдите его площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

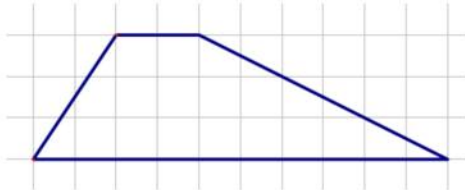


ТИП #3

5. Найдите площадь прямоугольной трапеции, изображенной на рисунке.

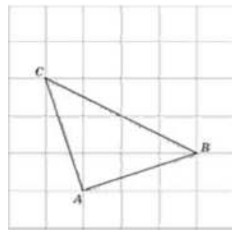


6. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см х 1 см изображена трапеция. Найдите её площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



ТИП #4

7. На клетчатой бумаге с размером клетки корень из 5 на корень из 5 изображен треугольник ABC. Найдите длину его высоты, опущенной на сторону BC.



Задание №4

ТИП #1

1. *В группе туристов 5 человек. С помощью жребия они выбирают 3х человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?*

2. *В группе всего 8 человек, они хотят в магазин по 6 человек. В группе есть Дима. Найдите вероятность того, что Дима пойдет в магазин.*

3. *Всего 3000 насосов, 9 из них подтекают. Найдите вероятность, что выбранный насос не подтекает.*

ТИП #2

4. *Экзамен ЕГЭ проходит в трех аудиториях. 550 учеников рассаживаю в четыре аудитории, причем в первые три по 110 человек. Найдите вероятность того, что ученик окажется в четвёртой аудитории.*

5. *На олимпиаду по математике пришло 500 школьников. Их разместили в четырех аудиториях: в трех аудиториях по 150 человек, в четвертой – 50 человек. Найдите вероятность того, что случайно выбранный школьник будет писать олимпиаду в маленькой аудитории.*

6. *Научная конференция проводится в 3 дня. Всего запланировано 40 докладов – первые два дня по 15 докладов, остальные в последний день конференции. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланирован на последний день?*

7. *Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов — первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвёртым и пятым днями. На конференции планируется доклад профессора М. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?*

8. *На олимпиаде по русскому языку 250 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 120 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.*

ТИП #3

9. *На конференцию приехали 3 ученых из Германии, 4 из Румынии и 7 из Дании. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что седьмым окажется доклад ученого из Дании.*

10. *В соревновании по биатлону участвуют спортсмены из 25 стран, одна из которых — Россия. Всего на старт вышло 60 участников, из которых 6 — из России. Порядок старта определяется жребием, стартуют спортсмены друг за другом. Какова вероятность того, что десятым стартовал спортсмен из России?*

11. *На чемпионате по прыжкам в воду выступают 30 спортсменов, среди них 6 прыгунов из Великобритании и 3 прыгуна из Индии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что первым будет выступать прыгун из Индии.*

12. *На конференцию приехали 3 учёных из Норвегии, 3 из России и 4 из Испании. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад учёного из России.*

Задание №5

ТИП #1

1. *Решите уравнение* $(x-5)^3 = 64$

ТИП #2

2. *Решите уравнение* $\sqrt{34-6x} = 2$
3. *Решите уравнение* $\sqrt{46-2x} = 4$
4. *Решите уравнение* $\sqrt{8x-20} = 2$

ТИП #3

5. *Решите уравнение* $\sqrt[3]{x+25} = 5$

ТИП #4

6. *Решите уравнение* $6^{x+6} = \frac{1}{36}$
7. *Решите уравнение* $2^{4-2x} = 64$

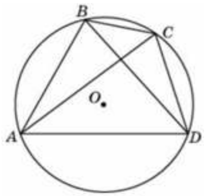
ТИП #5

8. *Решите уравнение* $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-8} = 2^x$
9. *Решите уравнение* $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-4} = 5^x$
10. *Решите уравнение* $\left(\frac{1}{6}\right)^{x-2} = 6^x$
11. *Решите уравнение* $\left(\frac{1}{2}\right)^{6-2x} = 4$

Задание №6

ТИП #1

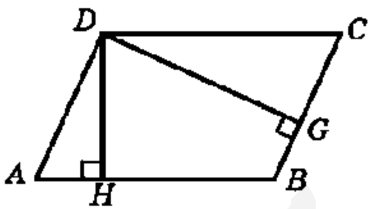
1. Угол A четырехугольника ABCD, вписанного в окружность, равен 135°. Найдите угол C этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



2. Четырехугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABC равен 105 градусов, угол CAD равен 35 градусов. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.

ТИП #2

3. В параллелограмме основания равны 24 и 28, а высота проведенная к первой стороне равна 21. Найдите высоту проведенную к другому основанию параллелограмма.

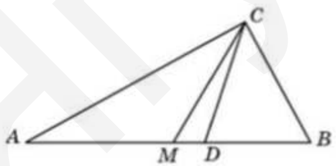


4. Дан параллелограмм со сторонами 21 и 28. К меньшей стороне проведена высота, длина которой равна 20. Найдите длину высоты, проведенной к большей стороне.

5. Стороны параллелограмма равны 9 и 15. Высота, опущенная на первую из этих сторон, равна 10. Найдите высоту, опущенную на вторую сторону параллелограмма.

ТИП #3

6. В прямоугольном треугольнике один из углов равен 20 градусов, найдите угол между биссектрисой и медианой проведенной из прямого угла. Ответ дайте в градусах.



7. В прямоугольном треугольнике один из углов равен 15 градусов, найдите угол между биссектрисой и медианой проведенной из прямого угла. Ответ дайте в градусах.

8. Острый угол прямоугольного треугольника равен 50 градусов. Найдите угол между биссектрисой и медианой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

ТИП #4

9. Две стороны треугольника равны 21 и 28, а высота опущенная на меньшую из сторон равна 15. Найдите высоту опущенную на вторую сторону.

ТИП #5

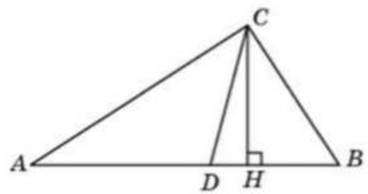
10. Найдите среднюю линию треугольника, если основание параллельное ей равно 6.

ТИП #6

11. Площадь параллелограмма равна 28, медиана BE делит сторону AD на две равные части, найти площадь трапеции BCDE.

ТИП #7

12. В прямоугольном треугольнике один из углов равен 65 градусов, найдите угол между высотой и медианой проведенной из прямого угла. Ответ дайте в градусах.

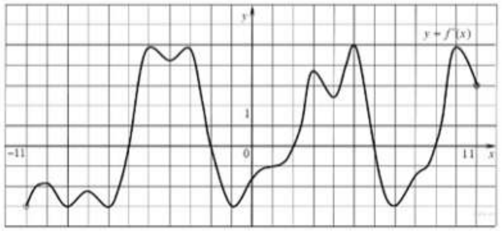


13. В прямоугольном треугольнике один из углов равен 29 градусов, найдите угол между высотой и медианой проведенной из прямого угла. Ответ дайте в градусах.

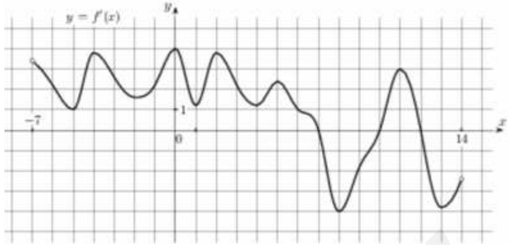
Задание №7

ТИП #1

1. На рисунке изображен график производной функции y=f'(x), определенной на интервале (-11; 11). Найдите количество точек экстремума функции f(x) на отрезке [-6; 3].

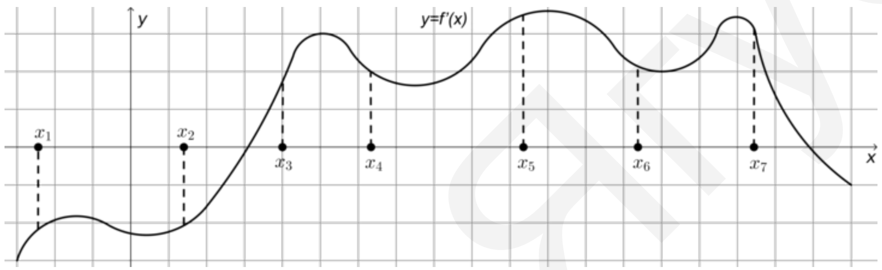


2. На рисунке изображен график производной функции y=f'(x), определенной на интервале (-7; 14). Найдите количество точек максимума функции f(x) на отрезке [-6; 9].



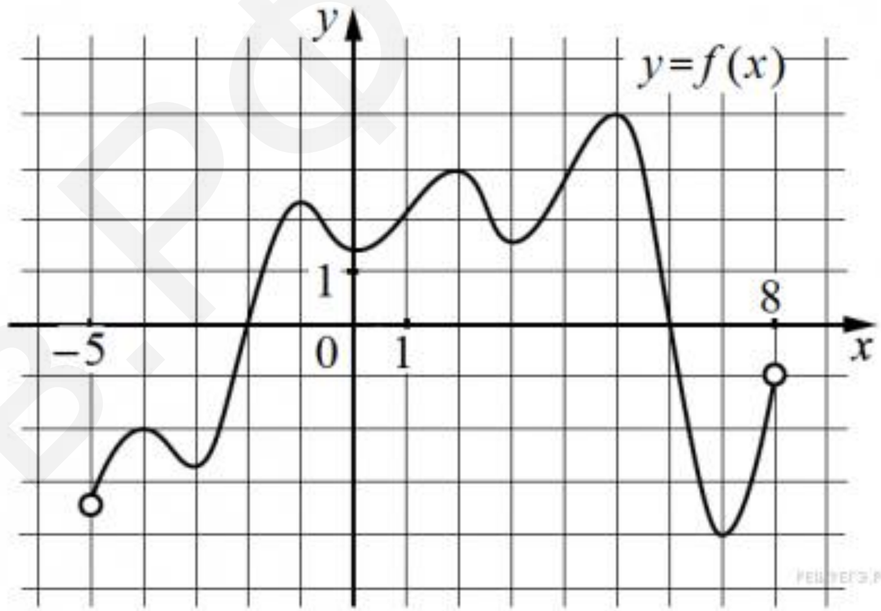
ТИП #2

3. На рисунке изображен график производной функции y=f'(x). На оси абсцисс отмечены семь точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 . В скольких из этих точек функция возрастает?

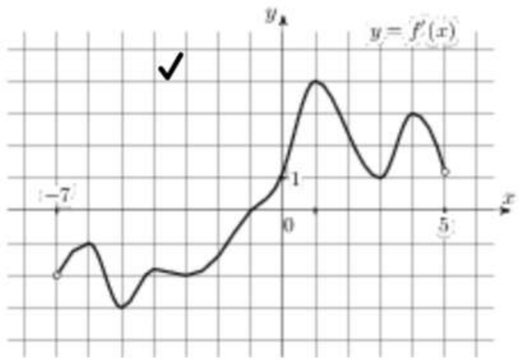


ТИП #3

4. На рисунке изображен график функции y=f(x), определенной на интервале (-5; 8). Найдите наибольшее значение функции на отрезке [-2; 3].



5. На рисунке изображен график y=f'(x) производной функции, определенной на интервале (-7; 5). Найдите наименьшее значение функции на отрезке [-6; -1].



Задание №8

ТИП #1

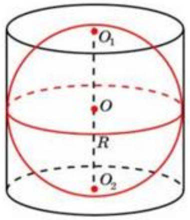
1. *Диаметр основания конуса равен 10, а длина образующей — 13. Найдите высоту конуса.*

ТИП #2

2. *Объем шара равен 6. Найдите объем цилиндра вписанного в шар.*

3. *Шар, объём которого равен 24, вписан в цилиндр. Найдите объём цилиндра.*

4. *Конус вписан в цилиндр, так что его высота равна радиусу. Объем конуса 9, найдите объём цилиндра.*

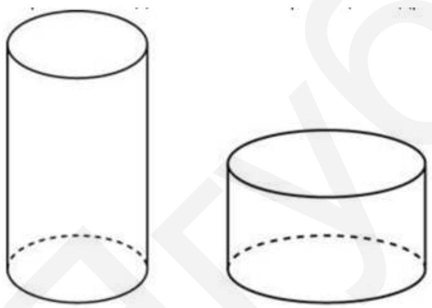


ТИП #3

5. *В сосуд цилиндрической формы налили воду до уровня 32 см. Какого уровня достигнет вода, если её перелить в другой сосуд цилиндрической формы, радиус основания которого в 4 раза больше радиуса основания первого сосуда? Ответ дайте в см.*

6. *Объём первого цилиндра равен 12, а у второго высота в 2 раза меньше, а радиус в 3 раза больше. Найдите объём второго цилиндра.*

7. *Дано два цилиндра. Объём первого цилиндра равен 12. У второго цилиндра высота в три раза больше, а радиус основания в два раза меньше, чем у первого. Найдите объём второго цилиндра.*



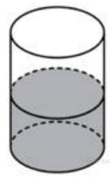
8. *В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 45 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 3 раза больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.*

ТИП #4

9. *Конус вписанный в цилиндр имеет с ним одинаковое основание, а радиус основания равен высоте. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, если площадь боковой поверхности конуса равна 7 корней из 2.*

ТИП #5

10. *В цилиндрический сосуд налили 2200 см^3 воды. Уровень жидкости оказался равным 16 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 6 см. Чему равен объём детали? Ответ выразите в см^3.*



ТИП #6

11. *Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 111. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.*

Задание №9

ТИП #1

1. Найдите значение выражения $2\sqrt{3}-4\sqrt{3}\cdot\sin^2\left(\frac{23\pi}{12}\right)$

2. Найдите значение выражения $2\sqrt{2}-4\sqrt{2}\sin^2\left(\frac{9\pi}{8}\right)$

3. Найдите значение выражения $\sqrt{2}-2\sqrt{2}\cdot\sin^2\left(\frac{15\pi}{8}\right)$

4. Найдите значение выражения $\sqrt{3}-\sqrt{12}\cdot\sin^2\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

ТИП #2

4. Найдите значение выражения $\dfrac{3\sin 68^\circ}{\cos 34^\circ \sin 34^\circ}$

5. Найдите значение выражения $\dfrac{4\sin 103^\circ \cos 103^\circ}{\sin 206^\circ}$

ТИП #3

6. Найдите значение выражения $\sin\frac{5\pi}{12}\cdot\cos\frac{5\pi}{12}$

ТИП #4

7. Найдите значение выражения $4\sqrt{3}\cdot\cos^2\left(\frac{23\pi}{12}\right)-2\sqrt{3}$

8. Найдите значение выражения $4\sqrt{3}\cos^2\left(\frac{5\pi}{12}\right)-2\sqrt{3}\cdot$

9. Найдите значение выражения $\sqrt{200}\cos^2\left(\frac{15\pi}{8}\right)-\sqrt{50}$

10. Найдите значение выражения $2\sqrt{3}\cos^2\left(\frac{13\pi}{12}\right)-\sqrt{3}$

ТИП #5

11. Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{11}} 11^2$

ТИП #6

12. Найдите значение выражения $3\sqrt{2}\cdot\cos^2\frac{9\pi}{8}-3\sqrt{2}\cdot\sin^2\frac{9\pi}{8}$

ТИП #7

13. Найдите значение выражения $\log_{10} 8+\log_{10} 125$

ТИП #8

14. Найдите значение выражения $\dfrac{4\cdot\sin 98^\circ}{\sin 49^\circ\cdot\cos 41^\circ}$

ТИП #9

15. Найдите значение выражения $\tan\alpha$,

если $\cos\alpha=-\frac{\sqrt{26}}{26}$, где $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$

16. Найдите значение выражения $\tan\alpha$,

если $\cos\alpha=-\frac{2\sqrt{13}}{13}$, где $\alpha\in\left(\frac{3\pi}{2};2\pi\right)$

ТИП #10

17. Найдите значение выражения $\tan\alpha$,

если $\sin\alpha=-\frac{\sqrt{26}}{26}$, где $\alpha\in\left(\frac{3\pi}{2};2\pi\right)$

Задание №10

ТИП #1

1. *При сближении источника и приемника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приемником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0 = 140$ Гц и определяется следующим выражением:*

$$f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v} \quad (\text{Гц})$$

где c – скорость распространение сигнала в среде (в м/с), а $u = 15$ м/с и $v = 14$ м/с – скорости приемника и источника относительно среды соответственно.

При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала f в среде частота сигнала в приемнике будет не менее 145 Гц?

ТИП #2

2. *Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 50$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 55 до 70 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 260 до 300 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение*

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$$

Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.

ТИП #3

3. *Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a км/ч ^{2}. Скорость вычисляется по формуле ,*

$$v = \sqrt{2la}$$

где l — пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч^2

ТИП #4

4. *Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковой сигнал частотой 310 МГц. Скорость погружения батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле*

$$v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$$

где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемого сигнала (в МГц), f — частота отражённого сигнала (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отражённого сигнала f, если скорость погружения батискафа не должна превышать 12 м/с. Ответ выразите в МГц.

ТИП #5

5. *Водолазный колокол, содержащий $\upsilon = 2$ моля воздуха при давлении $p_1 = 1{,}75$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением*

$$A = \alpha \upsilon T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$$ *,где* $$\alpha = 13{,}3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$ *— постоянная,*

$T = 300$ К — температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 15 960 Дж.

Задание №11

ТИП #1

1. *Петя и Ваня выполняют одинаковый тест. Петя отвечает за час на 20 вопросов теста, а Ваня – на 21. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил свой тест позже Вани на 5 минут. Сколько вопросов содержит тест?*

ТИП #2

2. *Первый и второй насосы наполняют бассейн за 21 минуту, второй и третий — за 28 минут, а первый и третий — за 36 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?*

3. *Первый и второй насосы наполняют бассейн за 26 минут, второй и третий — за 39 минут, а первый и третий — за 52 минуты. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?*

ТИП #3

4. *Расстояние между пристанями A и B равно 176 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через 3 часа вслед за ним отправилась яхта, которая прибыв в пункт B, тот час повернула обратно и возвратилась в A. К этому времени плот прошёл 66 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч. Ответ дайте в км/ч.*

5. *Расстояние между пристанями A и B равно 192 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через 3 часа вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт B, тотчас повернула обратно и возвратилась в A. К этому времени плот прошел 92 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.*

6. *Расстояние между пристанями A и B равно 120 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт B, тотчас повернула обратно и возвратилась в A. К этому времени плот прошел 24 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.*

ТИП #4

7. *Теплоход, скорость которого в стоячей воде равна 27 км/ч, движется по течению из пункта А в пункт Б. По приезде в пункт Б теплоход сделал стоянку длительностью 5 часов, затем отправился обратно в пункт А. Известно, что теплоход вернулся в пункт А через 32 часа после отплытия из А. Сколько километров прошел теплоход, если скорость течения реки равна 1 км/ч?*

8. *Теплоход, скорость которого в стоячей воде равна 21 км/ч, движется по течению из пункта А в пункт Б. По приезде в пункт Б теплоход сделал стоянку длительностью 2 часов, затем отправился обратно в пункт А. Известно, что теплоход вернулся в пункт А через 44 часа после отплытия из А. Сколько километров прошел теплоход, если скорость течения реки равна 2 км/ч?*

9. *Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.*

ТИП #5

10. *Скорость теплохода в спокойной воде равна 24 км/ч, а скорость течения реки равна 4 км/ч. Теплоход отправляется из пункта А в Б и совершает остановку в Б на 3 часа, и едет обратно в А. Путешествие заняло 36 часов. Найдите расстояние пройденной теплоходом.*

11. *Скорость катера в спокойной воде равна 21 км/ч, а скорость течения реки равна 2 км/ч. Катер отправляется из пункта А в Б и совершает остановку в Б на 2 часа, и едет обратно в А. Путешествие заняло 44 часов. Найдите расстояние пройденной катером.*

12. *Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.*

ТИП #6

13. *Первый насос наполняет бак за 20 минут, второй — за 30 минут, а третий — за 1 час. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?*

ТИП #7

14. *Первая труба наполняет резервуар на 55 минут дольше, чем вторая. Обе трубы наполняют этот же резервуар за 24 минуты. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?*

15. *Первая труба наполняет резервуар на 16 минут дольше, чем вторая. Обе трубы наполняют этот же резервуар за 15 минуты. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?*

Задание №12

ТИП #1

1. *Найдите точку максимума функции* $y = \ln(x-7)^5 - 5x - 3$
2. *Найдите точку минимума функции* $y = 11x - \ln(x+4)^{11} + 7$
3. *Найдите точку максимума функции* $y = \ln(x-5)^9 - 9x - 11$
4. *Найдите точку минимума функции* $y = 7x - \ln(x+10)^7 + 5$
5. *Найдите точку минимума функции* $y = 11x - \ln(x+17)^{11} + 1$
6. *Найдите точку максимума функции* $y = \ln(x+5)^5 - 5x$

ТИП #2

5. *Найдите точку минимума функции* $y = 5x - \ln(x-4) + 9$
6. *Найдите точку минимума функции* $y = 2x - \ln(x-6) - 1$
7. *Найдите точку минимума функции* $y = 4x - \ln(x-4) + 9$

ТИП #3

8. *Найдите точку минимума функции* $y = (5x^2 + 45x - 45)e^{1-x}$
9. *Найдите точку минимума функции* $y = (4x^2 - 28x + 28) \cdot e^{3-x}$
10. *Найдите точку минимума функции* $y = (3x^2 - 15x + 15) \cdot e^{22-x}$
11. *Найдите точку максимума функции* $y = (3x^2 - 21x + 21) \cdot e^{3-x}$

ТИП #4

12. *Найдите точку максимума функции* $y = (x-4)^2 \cdot e^{2-x}$
13. *Найдите точку максимума функции* $y = (x-5)^2 \cdot e^{-2-x}$
14. *Найдите точку максимума функции* $y = (x+7)^2 \cdot e^{-x-1}$

Задание №13

Решите уравнение и отберите его корни на промежутке...

ТИП #1

1. $\log_4(2^{2x} - \sqrt{3}\cos x - \sin 2x) = x \qquad \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$
2. $\log_9\left(3^{2x} + 5\sqrt{2}\cdot\sin x - 6\cdot\cos^2 x - 2\right) = x \quad \left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$
3. $\log_4(2^{2x} - \sqrt{3}\cos x - 6\sin^2 x) = x \qquad \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$

ТИП #2

4. $25^{\sqrt{3}\cos(x+\frac{3\pi}{2})} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2\cos(x+\pi)}$
5. $2^{4\sqrt{3}\sin x} = 2^{-4\sin(2x)}$
6. $\left(\frac{1}{9}\right)^{\cos(\frac{\pi}{2}-x)} = 3^{2\sin(x+\frac{\pi}{2})}; \ [-\frac{7\pi}{2}; -2\pi]$
7. $25^{\sqrt{3}\cdot\cos(\frac{3\pi}{2}+x)} = \left(\frac{1}{5}\right)^{\cos(\pi-x)}$
8. $49^{\sin x} = \left(\frac{1}{7}\right)^{-\sqrt{2}\cdot\sin(2x)}; \ [2\pi; \frac{7\pi}{2}]$

9. $\left(\frac{1}{49}\right)^{\cos x} = 7^{\sqrt{2}\cdot\sin(2x)}$; $[-2\pi; -\frac{\pi}{2}]$

10. $\left(\frac{1}{125}\right)^{-\cos x} = 5^{\sqrt{3}\sin 2x}$; $[-\frac{5\pi}{2}; -\pi]$

11. $\left(\frac{1}{49}\right)^{\sin(x+\pi)} = 7^{2\sqrt{3}\cdot\sin(\frac{\pi}{2}-x)}$ $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$

12. $\left(\frac{1}{4}\right)^{\sin(x+\pi)} = 2^{2\sqrt{3}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}$; $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$

13. $\left(\frac{1}{16}\right)^{\sin(\pi+x)} = 4^{2\sqrt{3}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}$

14. $25^{\sin x} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-\sqrt{2}\cdot\sin 2x}$ $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$

15. $\left(\frac{1}{81}\right)^{\cos x} = 9^{\sqrt{2}\cdot\sin 2x}$

ТИП #3

16. $\log_8(7\sqrt{3}\sin x - \cos(2x) - 10) = 0$; $[\frac{3\pi}{2}; 3\pi]$

17. $\log_{13}(\cos 2x - 9\sqrt{2}\cos x - 8) = 0$ $[-2\pi; -\frac{\pi}{2}]$

ТИП #4

18. $8 \cdot 16^{\cos x} - 6 \cdot 4^{\cos x} + 1 = 0$ $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$

19. $16^{\sin x} - 6 \cdot 4^{\sin x} + 8 = 0$ $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$

20. $9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0$ $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$

21. $81^{\cos x} - 12 \cdot 9^{\cos x} + 27 = 0$

22. $4 \cdot 4^{2\sin x} - 9 \cdot 4^{\sin x} + 2 = 0$ $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$

ТИП #5

23. $6\log_8^2(\cos x) - 5\log_8(\cos x) - 1 = 0$ $\left[\frac{5\pi}{4}; 4\pi\right]$

24. $4\log_9^2(2\sin x) - 5\log_9(2\sin x) + 1 = 0$; $[2\pi; \frac{7\pi}{2}]$

25. $3\log_8^2(\sin x) - 5\log_8(\sin x) - 2 = 0$ $[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi]$

26. $2\log_4^2(\cos x) - 7\log_4(cosx) + 4 = 0$; $[2\pi; \frac{7\pi}{2}]$

27. $2\log_3^2(2\cos x) - 7\log_3(2\cos x) + 3 = 0$ $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

28. $2\log_2^2(2\sin x) - 7\log_2(2\sin x) + 3 = 0 \qquad \left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$

ТИП #6

29. $16^{\sin x} + 16^{\sin(x+\pi)} = \frac{17}{4}$

30. $9^{\sin x} + 9^{\sin(\pi+x)} = \frac{10}{3};\ x \in [-\frac{7\pi}{2}; -2\pi]$

31. $4^{\sin x} + 4^{\sin(\pi+x)} = \frac{5}{2};\quad [\frac{5\pi}{2}; 4\pi]$

Задание №14

ТИП #1

1. *Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C. Прямые CA_1 и AB_1 перпендикулярны.*
   а) Докажите, что $AA_1 = AC$.
   б) Найдите расстояние между прямыми CA_1 и AB_1, если $AC = 7$; $BC = 8$.

2. *Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C. Прямые CA_1 и AB_1 перпендикулярны.*
   а) Докажите, что $AA_1 = AC$.
   б) Найдите расстояние между прямыми CA_1 и AB_1, если $AC = 6$; $BC = 3$.

ТИП #2

3. *На рёбрах AB и BC треугольной пирамиды $ABCD$ отмечены точки M и N так, что $AM:MB = CN:NB = 1:2$. Точки P и Q - середины рёбер DA и DC соответственно.*
   а) Докажите, что точки P, Q, M и N лежат в одной плоскости.
   б) Найдите отношение объёмов многогранников, на которые плоскость PQM разбивает пирамиду.

4. *Дана треугольная пирамида $DABC$, точки M, N, P, Q лежат на ребрах AB, BC, AD, CD, причём $AM:MB = CN:NB = 1:2$. Точки P и Q - середины рёбер DA и DC соответственно.*

   а) Докажите, что точки P, Q, M и N лежат в одной плоскости.
   б) Найдите отношение многоугольников на которые делит плоскость PQM пирамиду.

5. *Дана треугольная пирамида $DABC$, точки M, N, P, Q лежат на ребрах AB, BC, AD, CD, причём $AM:MB = CN:NB = 3:1$. Точки P и Q - середины рёбер DA и DC соответственно.*

   а) Докажите, что точки P, Q, M и N лежат в одной плоскости.
   б) Найдите отношение многоугольников на которые делит плоскость PQM пирамиду.

ТИП #3

6. *Дана прямоугольная призма $A_1B_1C_1ABC$ с треугольником ABC в основании, где угол C равен 90 градусов, A_1C перпендикулярна AB_1*
   а) Докажите, что $AA_1 = AC$.
   б) Найдите расстояние между прямыми A_1C и AB_1.

ТИП #4

7. *SABCD - правильная пирамида. M на SD, MS:SD = 2:3. P середина ребра AD, а Q середина ребра BC.*
   а) Доказать, что сечение пирамиды плоскостью MQP - равнобедренная трапеция.
   б) Найдите отношение объёмов многогранников, на которые плоскость MQP разбивает пирамиду.

ТИП #5

8. *Дана пирамида PABCD, в основании — трапеция ABCD с большим основанием AD. Известно, что сумма углов BAD и ADC равна 90 градусов, а плоскости PAB и PCD перпендикулярны основанию, прямые AB и CD пересекаются в точке K.*
   а) Доказать, что плоскость PAB перпендикулярна плоскости PAD.
   б) Найдите объем PKBC, если AB = BC = CD = 3, а высота равна 8.

9. *Дана пирамида PABCD, в основании — трапеция ABCD с большим основанием AD. Известно, что сумма углов BAD и ADC равна 90 градусов, а плоскости PAB и PCD перпендикулярны основанию, прямые AB и CD пересекаются в точке K.*
   а) Доказать, что плоскость PAB перпендикулярна плоскости PAD.
   б) Найдите объем PKBC, если AB = BC = CD = 2, а высота равна 12.

ТИП #6

10. *Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C. Диагонали боковых граней AA_1B_1B и BB_1C_1C равны 15 и 9 соответственно. AB = 13.*
    а) Докажите, что треугольник BA_1C_1 —прямоугольный.
    б) Найти объём пирамиды AA_1C_1B.

ТИП #7

11. *Дана четырёхугольная пирамида SABCD с прямоугольником ABCD в основании. Сторона AB равна 4, а BC равна 4 корня из 2. Высота пирамиды проектируется в центр пересечения диагоналей прямоугольника. Из вершин A и C на ребро SB опущены перпендикуляры AP и CQ.*
    а) Докажите, что точка P является серединой отрезка BQ.
    б) Найдите угол между плоскостями SBA и SBC, если ребро SD равно 8.

12. *Дана четырёхугольная пирамида SABCD с прямоугольником ABCD в основании. Сторона AB равна 3 корня из 2, а BC равна 6. Высота пирамиды проектируется в центр пересечения диагоналей прямоугольника. Из вершин A и C на ребро SB опущены перпендикуляры AP и CQ.*
    а) Докажите, что точка P является серединой отрезка BQ.
    б) Найдите угол между плоскостями SBA и SBC, если ребро SD равно 9.

ТИП #8

13. *Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C. Грань ACC_1A_1 является квадратом.*
    а) Докажите, что прямые CA_1 и AB_1 перпендикулярны.
    б) Найдите расстояние между прямыми CA_1 и AB_1, если AC = 4; BC = 7.

ТИП #9

14. *В треугольной пирамиде SABC известны боковые рёбра: SA = SB = 13, SC = 3 корня из 17. Основанием высоты этой пирамиды является середина медианы CM треугольника ABC. Эта высота равна 12.*
    а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.
    б) Найдите объём пирамиды SABC.

15. *В треугольной пирамиде SABC известны боковые рёбра: SA = SB = 7, SC = 5. Основанием высоты этой пирамиды является середина медианы CM треугольника ABC. Эта высота равна 4.*
    а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.
    б) Найдите объём пирамиды SABC.

Задание №15

Решите неравенство…

ТИП #1

1. $$\frac{2^x+8}{2^x-8}+\frac{2^x-8}{2^x+8}\geqslant\frac{2^{x+4}+96}{4^x-64}$$

2. $$\frac{2\cdot 8^{x-1}}{2\cdot 8^{x-1}-1}\geqslant\frac{3}{8^x-1}+\frac{8}{64^x-5\cdot 8^x+4}$$

3. $$\frac{7^x+7}{7^x-7}+\frac{7^{x-1}-1}{7^{x-1}+1}\geqslant\frac{4\cdot 7^x+96}{49^x-49}$$

4. $$\frac{3^x+9}{3^x-9}+\frac{3^x-9}{3^x+9}\geqslant\frac{4\cdot 3^{x+1}+144}{9^x-81}$$

5. $$\frac{2^x}{2^x-8}+\frac{2^x+8}{2^x-4}+\frac{66}{4^x-12\cdot 2^x+32}\leqslant 0$$

6. $$\frac{9^{x-1}}{9^{x-1}-1}\geqslant\frac{5}{9^x-1}+\frac{36}{81^x-10\cdot 9^x+9}$$

7. $$\frac{2\cdot 4^{x-2}}{2\cdot 4^{x-2}-1}\leqslant\frac{7}{4^x-1}+\frac{40}{16^x-9\cdot 4^x+8}$$

8. $$\frac{2\cdot 8^{x-1}}{2\cdot 8^{x-1}-1}\geq\frac{3}{8^x-1}+\frac{8}{64^x-5\cdot 8^x+4}$$

9. $$\frac{3^x}{3^x-3}+\frac{3^x+1}{3^x-2}+\frac{5}{9^x-5\cdot 3^x+6}\leqslant 0$$

ТИП #2

10. $$\frac{8^{x+1}-40}{2\cdot 64^x-32}\leqslant 1$$

11. $$\frac{6\cdot 9^{x-1}-10}{81^{x-\frac{1}{2}}-9}\leqslant 1$$

12. $$\frac{4^{x+1}+4^x-4}{16^x-9\cdot 4^x+8}\geqslant -1$$

ТИП #3

13. $$\frac{\log_7(49x^2)-7}{\log_7^2 x-4}\leqslant 1$$

14. $$\frac{\log_4(16x^4)+11}{\log_4^2 x-9}\geqslant -1$$

15. $$\frac{\log_3(9x)-13}{\log_3^2 x+\log_3 x^4}\leqslant 1$$

Разрешается свободное копирование, распространение и использование в образовательных целях

16. $$\frac{\log_4(64x)-2}{\log_4^2 x+\log_4 x^3} \geq -1$$

17. $$\frac{\log_2(4x^2)+35}{\log_2^2 x-36} \geqslant -1$$

ТИП #4

18. $$\frac{\log_6(36x)-1}{\log_6^2 x-\log_6 x^3} \geqslant 0$$

19. $$\frac{(\log_4 x+2)^2}{\log_4^2 x-9} \geqslant 0$$

ТИП #5

20. $$1+\frac{11}{2^x-8}+\frac{28}{4^x-2^{x+4}+64} \geqslant 0$$

21. $$1+\frac{14}{3^x-9}+\frac{48}{9^x-2\cdot 3^{x+2}+81} \geq 0$$

ТИП #6

22. $$1+\frac{10}{\log_2 x-5}+\frac{16}{\log_2^2 x-\log_2(32x^{10})+30} \geq 0$$

23. $$1+\frac{6}{\log_3 x-3}+\frac{5}{\log_3^2 x-\log_3(27x^6)+12} \geq 0$$

ТИП #7

24. $$\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x-3}+\frac{\log_4 x-3}{\log_4(64x)} \geqslant \frac{\log_4 x^4+16}{\log_4^2 x-9}$$

25. $$\frac{\log_5(25x)}{\log_5 x-2}+\frac{\log_5 x-2}{\log_5(25x)} \geqslant \frac{6-\log_5 x^4}{\log_5^2 x-4}$$

26. $$\frac{\log_3(81x)}{\log_3 x-4}+\frac{\log_3 x-4}{\log_3(81x)} \geqslant \frac{24-\log_3 x^8}{\log_3^2 x-16}$$

27. $$\frac{\log_2(32x)}{\log_2 x-5}+\frac{\log_2 x-5}{\log_2(32x)} \geqslant \frac{\log_2 x^{16}+18}{\log_2^2 x-25}$$

ТИП #8

28. $$\frac{\log_3 x}{\log_3\left(\frac{x}{27}\right)} \geqslant \frac{2}{\log_3 x}+\frac{5}{\log_3^2 x-\log_3 x^3}$$

29. $$\frac{\log_8 x}{\log_8 \frac{x}{64}} \geqslant \frac{2}{\log_8 x}+\frac{3}{\log_8^2 x-\log_8 x^2}$$

30. $$\frac{\log_4 x}{\log_4\left(\frac{x}{64}\right)} \geqslant \frac{4}{\log_4 x}+\frac{8}{\log_4 x-\log_4 x^3}$$

31. $$\frac{\log_2 x}{\log_2\left(\frac{x}{64}\right)} \geqslant \frac{10}{\log_2 x}-\frac{35}{\log_2^2 x-\log_2 x^6}$$

Задание №16

ТИП #1

1. *ABCD трапеция. AD = 2BC, AD,BC - основания. M — точка, такая, что углы ABM и MCD прямые.*
а) Доказать, что MA = MD.
б) Расстояние от M до AD = BC, а угол ADC равен 55. Найдите угол BAD.

ТИП #2

2. *В трапеции ABCD угол BAD прямой. Окружность построенная на большем основании AD как на диаметре, пересекает меньшее основание BC в точке C и M.*
а) Докажите, что угол BAM равен углу CAD.
б) Диагонали трапеции ABCD пересекаются в точке O.
Найдите площадь треугольника AOB, если AB=6, а BC=4BM.

ТИП #3

3. *Дана равнобедренная трапеция, в которой AD = 3BC. Высота CM.*
а) Доказать, что M делит AD в отношении 2 к 1.
б) Найдите расстояние от точки C до середины BD, если AD=18, AC=4 корня из 13.

ТИП #4

4. *Дана трапеция с диагоналями равными 8 и 15. Сумма оснований равна 17.*
а) Докажите, что диагонали перпендикулярны.
б) Найдите площадь трапеции.

5. *Дана трапеция с диагоналями равными 6 и 8. Сумма оснований равна 10.*
а) Докажите, что диагонали перпендикулярны.
б) Найдите высоту трапеции.

6. *Дана трапеция с диагоналями равными 20 и 21. Сумма оснований равна 29.*
а) Докажите, что диагонали перпендикулярны.
б) Найдите высоту трапеции.

7. *Дана трапеция с диагоналями равными 5 и 12. Сумма оснований равна 13.*
а) Докажите, что диагонали перпендикулярны.
б) Найдите высоту трапеции.

ТИП #5

8. *Точка E — середина боковой стороны трапеции ABCD. На стороне AB отмечена точка K так, что CK параллельно AE и пересекает BE в точке O.*
а) Докажите, что CO = KO.
б) Найдите отношение оснований трапеции BC к AD, если площадь треугольника BCK составляет 9/64 от площади трапеции.

ТИП #6

9. *Дана трапеция ABCD, так что AD = 2BC, и точка M внутри трапеции, углы ABM и DCM прямые.*
а) Докажите, что AM = DM.
б) Найдите угол BAD, если угол CDA равен 50 градусов, а высота проведенная из точки M к AD равна BC.

ТИП #7

10. *Две окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B, причём точки O_1 и O_2 лежат по разные стороны от прямой AB. Продолжение диаметра CA первой окружности и хорды CB этой же окружности пересекают вторую окружность в точках D и E соответсвенно.*
а) Докажите, что треугольники CBD и O_1AO_2 подобны.
б) Найдите AD, если угол DAE равен углу BAC, а радиус второй окружности в четыре раза больше радиуса первой и AB = 2.

11. *Две окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B, причём точки O_1 и O_2 лежат по разные стороны от прямой AB. Продолжение диаметра CA первой окружности и хорды CB этой же окружности пересекают вторую окружность в точках D и E соответсвенно.*
а) Докажите, что треугольники CBD и O_1AO_2 подобны.
б) Найдите AD, если угол DAE равен углу BAC, а радиус второй окружности втрое больше радиуса первой и AB = 3.

ТИП #8

12. *Две окружности с центрами O1 и O2 и радиусами 3 и 4 пересекаются в точках A и B. Через точку A проведена прямая MK пересекающая обе окружности в точках MK, причём точка A находится между ними.*
а) Докажите, что треугольники BMK и O_1AO_2 подобны.
б) Найдите расстояние от точки B до прямой MK, если O_1O_2 = 5, MK = 7.

ТИП #9

13. *В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота CH из вершины прямого угла. В треугольники ACH и BCH вписаны окружности с центрами O_1 и O_2 соответсвенно, касающиеся прямой CH в точках M и N соответсвенно.*
а) Докажите, что прямые AO_1 и CO_2 перпендикулярны.
б) Найдите площадь четырехугольника MO_1NO_2, если AC = 20; BC = 15.

ТИП #10

14. *Две окружности касаются внутренним образом в точке A, причём меньшая окружность проходит через центр O большей. Диаметр BC большей окружности вторично пересекает меньшую окружность в точке M, отличной от A. Лучи AO и AM вторично пересекаю большую окружность в точках P и Q соответственно. Точка C лежит на дуге AQ большей окружности, не содержащей точку P.*
а) Докажите, что прямые PQ и BC параллельны.
б) Известно, $\sin\angle AOC = \frac{\sqrt{5}}{3}$
Прямые PC и AQ пересекаются в точке K. Найдите отношение QK:KA.

15. *Две окружности касаются внутренним образом в точке A, причём меньшая окружность проходит через центр O большей. Диаметр BC большей окружности вторично пересекает меньшую окружность в точке M, отличной от A. Лучи AO и AM вторично пересекаю большую окружность в точках P и Q соответственно. Точка C лежит на дуге AQ большей окружности, не содержащей точку P.*
а) Докажите, что прямые PQ и BC параллельны.
б) Известно, $\sin\angle AOC = \frac{\sqrt{15}}{4}$
Прямые PC и AQ пересекаются в точке K. Найдите отношение QK:KA.

ТИП #11

16. *Основания трапеции равны 4 и 9, а её диагонали равны 5 и 12.*
а) Докажите, что диагонали перпендикулярны.
б) Найдите площадь трапеции.

Задание №17

ТИП #1

1. *В июле планируется взять кредит в банке на сумму 9 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:*
— каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наибольший годовой платёж составит 3,6 млн рублей?

2. *В июле планируется взять кредит в банке на сумму 18 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:*
— каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
На сколько лет был взят кредит, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составила 27 млн рублей?

3. *В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:*
— каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
На сколько лет был взят кредит, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составила 7,5 млн рублей?

4. *В июле планируется взять кредит в банке на сумму 9 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:*
— каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
На сколько лет был взят кредит, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составила 1.5 млн рублей?

ТИП #2

5. *Взяли кредит 177 120 рублей в банке на четыре года под 25% годовых и выплатили четырьмя равными платежами.
Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита?*

ТИП #3

6. *В июле 2020 года планируется взять кредит на некоторую сумму. Условия возврата таковы:
- в январе каждого года долг увеличивается на 30% по сравнению с предыдущим годом
- с февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом.
Определите, на какую сумму взяли в кредит в банке, если известно, что кредит был выплачен тремя равными платежами (за 3 года) и общая сумма выплат на 156 060 рублей больше суммы взятого кредита.*

7. *В июле 2020 года планируется взять кредит на некоторую сумму. Условия возврата таковы:
- в январе каждого года долг увеличивается на 30% по сравнению с предыдущим годом
- с февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом.
Определите, на какую сумму взяли в кредит в банке, если известно, что кредит был выплачен тремя равными платежами (за 3 года) и общая сумма выплат на 78 030 рублей больше суммы взятого кредита.*

8. *В июле 2020 года планируется взять кредит на некоторую сумму. Условия возврата таковы:
- в январе каждого года долг увеличивается на 25% по сравнению с предыдущим годом
- с февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом.
Определите, на какую сумму взяли в кредит в банке, если известно, что кредит был выплачен тремя равными платежами (за 3 года) и общая сумма выплат на 65 500 рублей больше суммы взятого кредита.*

9. *В июле 2020 года планируется взять кредит на некоторую сумму. Условия возврата таковы:
- в январе каждого года долг увеличивается на 20% по сравнению с предыдущим годом
- с февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом.
Определите, на какую сумму взяли в кредит в банке, если известно, что кредит был выплачен тремя равными платежами (за 3 года) и общая сумма выплат на 77 200 рублей больше суммы взятого кредита.*

ТИП #4

10. *Взяли кредит в банке на сумму 200 000 рублей под r% процентов годовых и выплатили за 2 года платежами 130 000 рублей в первый год и 150 000 рублей — во второй.
Найдите r.*

11. *Взяли кредит в банке на сумму 250 000 рублей под r% процентов годовых и выплатили за 2 года платежами 150 000 рублей в первый год 180 000 рублей — во второй.
Найдите r.*

12. *Взяли кредит в банке на сумму 300 000 рублей под r% процентов годовых и выплатили за 2 года платежами 260 000 рублей в первый год и 169 000 рублей — во второй.
Найдите r.*

13. *Взяли кредит в банке на сумму 400 000 рублей под r% процентов годовых и выплатили за 2 года платежами 330 000 рублей в первый год и 121 000 рублей — во второй.
Найдите r.*

ТИП #5

14. *В августе 2020 года взяли кредит. Условия возврата таковы:
- каждый год долг увеличивается на r%;
- с февраля по июль необходимо выплатить часть долга.
Кредит можно выплатить за четыре года равными платежами по 56 546 рублей, или за два года равными платежами по 106 956 рублей.
Найдите r.*

15. *В августе 2020 года взяли кредит. Условия возврата таковы:
- каждый год долг увеличивается на r%;
- с февраля по июль необходимо выплатить часть долга.
Кредит можно выплатить за четыре года равными платежами по 777 600 рублей, или за два года равными платежами по 1 317 600 рублей.
Найдите r.*

ТИП #6

16. *15-го января планируется взять кредит в банке на несколько месяцев. Условия его возврата таковы:*
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 5% по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 25% больше суммы, взятой в кредит.
Найдите r.

17. *15-го января планируется взять кредит в банке на некоторое количество месяцев. Условия его возврата таковы:*
— 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
На сколько месяцев можно взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит.

18. *15-го января планируется взять кредит в банке на некоторое количество месяцев. Условия его возврата таковы:*
— 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
На сколько месяцев можно взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 20% больше суммы, взятой в кредит.

19. *15-го января планируется взять кредит в банке на некоторое количество месяцев. Условия его возврата таковы:*
— 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на 5% по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
На сколько месяцев можно взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 25% больше суммы, взятой в кредит.

ТИП #7

20. *15-го января планируется взять кредит в банке на 9 месяцев. Условия его возврата таковы:*
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 25% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r.

Задание №18

ТИП #1

1. *При каких значениях параметра а, при каждом из которых уравнение*

$$\tan(\pi x) \cdot \ln(x+a) = \ln(x+a)$$

имеет единственное решение на отрезке [0; 1] ?

2. *При каких значениях параметра а, при каждом из которых уравнение*

$$\sqrt{x-a} \cdot \sin x = -\sqrt{x-a} \cdot \cos x$$

имеет единственное решение на отрезке [0; π] ?

3. *При каких значениях параметра а, при каждом из которых уравнение*

$$\tan(\pi x)\ln(2x+a) = \ln(2x+a)$$

имеет единственное решение на отрезке [0; 1] ?

4. *При каких значениях параметра а, при каждом из которых уравнение*

$$\sqrt{x-a} \cdot \sin x = \sqrt{x-a} \cdot \cos x$$

имеет единственное решение на отрезке [0; π] ?

5. *При каких значениях параметра а, при каждом из которых уравнение*

$$\sqrt{x-a} \cdot \sin x = \sqrt{x-a}$$

имеет единственное решение ?

ТИП #2

6. *При каких значениях параметра а, при каждом из которых уравнение*

$$x^2 + (x-1)\sqrt{3x-a} = x$$

имеет единственное решение на отрезке [0; 1] ?

7. *При каких значениях параметра а, при каждом из которых уравнение*

$$x^2 + (x-1) \cdot \sqrt{2x-a} = x$$

имеет единственное решение на отрезке [0; 1] ?

ТИП #3

8. *При каких значениях параметра а, при каждом из которых уравнение*

$$\sqrt{5x-3} \cdot \ln(3x-a) = \sqrt{5x-3} \cdot \ln(4x+a)$$

имеет единственное решение на отрезке [0; 1] ?

9. *При каких значениях параметра а, при каждом из которых уравнение*

$$\sqrt{2x-1} \cdot \ln(4x-a) = \sqrt{2x-1} \cdot \ln(5x+a)$$

имеет единственное решение на отрезке [0 ;1] ?

10. *При каких значениях параметра а, при каждом из которых уравнение*

$$\sqrt{5x-3} \cdot \ln(a+3x) = \sqrt{5x-3} \cdot \ln(a-4x)$$

имеет единственное решение на отрезке [0; 1] ?

ТИП #4

11. При каких значениях параметра а, при каждом из которых уравнение

$$\ln(4x-3)\cdot\sqrt{x^2+4x-4a-a^2}=0$$

имеет единственное решение на отрезке [0; 2] ?

12. При каких значениях параметра а, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{3x-2}\cdot\ln(x^2-4x+5-a^2)=0$$

имеет единственное решение на отрезке [0; 2] ?

13. При каких значениях параметра а, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5x-3}\cdot\ln(x^2-6x+10-a^2)=0$$

имеет единственное решение на отрезке [0; 3] ?

14. При каких значениях параметра а, при каждом из которых уравнение

$$\ln(5x-2)\cdot\sqrt{x^2-2x+2a-a^2=0}$$

имеет единственное решение на отрезке [0; 1] ?

15. При каких значениях параметра а, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{4x-7}\cdot\ln(x^2-8x+17-a^2)=0$$

имеет единственное решение на отрезке [0; 4] ?

16. При каких значениях параметра а, при каждом из которых уравнение

$$\ln(4x-2)\cdot\sqrt{x^2-4x+4a-a^2}=0$$

имеет единственное решение на отрезке [0; 2] ?

17. При каких значениях параметра а, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{4x-1}\cdot\ln(x^2-2x+2-a^2)=0$$

имеет единственное решение на отрезке [0; 1] ?

18. При каких значениях параметра а, при каждом из которых уравнение

$$\ln(4x-1)\cdot\sqrt{x^2-6x+6a-a^2}=0$$

имеет единственное решение на отрезке [0; 3] ?

ТИП #5

19. При каких значениях параметра а, при каждом из которых уравнение

$$(5x-2)\cdot\ln(x+a)=(5x-2)\cdot\ln(2x-a)$$

имеет единственное решение на отрезке [0; 1] ?

20. При каких значениях параметра а, при каждом из которых уравнение

$$(3x-1)\cdot\ln(4x-a)=(3x-1)\cdot\ln(3x+a)$$

имеет единственное решение на отрезке [0; 1] ?

ТИП #6

21. *При каких значениях параметра а, при каждом из которых уравнение*

$$\ln(3a-x)\cdot\ln(2x+2a-5)=\ln(3a-x)\cdot\ln(x-a)$$

имеет единственное решение на отрезке [0; 2]?

ТИП #7

22. *При каких значениях параметра а, при каждом из которых уравнение*

$$\sqrt{1-2x}\cdot\ln(25x^2-a^2)=\sqrt{1-2x}\cdot\ln(5x+a)$$

имеет единственное решение на отрезке [0; 1] ?

23. *При каких значениях параметра а, при каждом из которых уравнение*

$$\sqrt{2-3x}\cdot\ln(16x^2-a^2)=\sqrt{2-3x}\cdot\ln(4x+a)$$

имеет единственное решение на отрезке [0; 1] ?

24. *При каких значениях параметра а, при каждом из которых уравнение*

$$\sqrt{1-4x}\cdot\ln(9x^2-a^2)=\sqrt{1-4x}\cdot\ln(3x+a)$$

имеет единственное решение на отрезке [0; 1] ?

25. *При каких значениях параметра а, при каждом из которых уравнение*

$$\sqrt{3-5x}\cdot\ln(4x^2-a^2)=\sqrt{3-5x}\cdot\ln(2x+a)$$

имеет единственное решение на отрезке [0; 1] ?

Задание №19

ТИП #1

1. *Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т. д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число n, выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число n, а остальные числа, равные n, стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11.*
   а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 2, 4, 6, 8, 10.
   б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 11, 12, 13, 15, 17, 18, 19, 20, 22?
   в) Приведите все примеры задуманных чисел.

2. *Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т. д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число n, выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число n, а остальные числа, равные n, стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11.*
   а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 2, 4, 6, 8, 10.
   б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 11, 12, 13, 15, 17, 18, 19, 20, 22?
   в) Приведите все примеры задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 7, 8, 10, 15, 16, 17, 18, 23, 24, 25, 26, 31, 33, 34, 41.

ТИП #2

3. *Две девочки делают фотографии. Наташа P фотографий, Маша K- фотографий. И каждый день каждая делает на одну фотографию больше. В конце Наташа сделала на 1001 фотографию больше чем Маша.*
   а) Могло ли это произойти за 7 дней?
   б) Могло ли это произойти за 8 дней?
   в) максимальное количество фотографий Наташи, если Маша в последний день сделала меньше 40 фотографий.

ТИП #3

4. На доске написано 30 натуральных чисел. Какие-то из них красные, а какие-то зелёные. Красные числа кратны 7, зелёные числа кратны 5. Все красные числа отличаются друг от друга, как и все зелёные. Но между красными и зелёными числами могут быть одинаковые.
а) Может ли сумма зеленых чисел быть меньше 2325?
б) Может ли сумма чисел быть 1469, если только одно число красное?
в) Найдите наименьшее количество красных чисел, которое может быть при сумме 1467.

5. На доске написано 30 натуральных чисел. Какие-то из них красные, а какие-то зелёные. Красные числа кратны 8, зелёные числа кратны 3. Все красные числа отличаются друг от друга, как и все зелёные. Но между красными и зелёными числами могут быть одинаковые.
а) Может ли сумма зеленых чисел быть меньше 1395?
б) Может ли сумма чисел быть 1066, если только одно число красное?
в) Найдите наименьшее количество красных чисел, которое может быть при сумме 1066.

ТИП #4

6. На доске написано 100 различных натуральных чисел с сумой 5100.
а) Может ли быть записано число 250?
б) Можно ли обойтись без числа 11?
в) Какое наименьшее количество чисел кратных 11 может быть на доске?

7. На доске написано 100 различных натуральных чисел с сумой 5120.
а) Может ли быть записано число 230?
б) Можно ли обойтись без числа 14?
в) Какое наименьшее количество чисел кратных 14 может быть на доске?

8. На доске написано 100 различных натуральных чисел с сумой 5130.
а) Может ли быть записано число 220?
б) Можно ли обойтись без числа 12?
в) Какое наименьшее количество чисел кратных 12 может быть на доске?

9. На доске написано 100 различных натуральных чисел с сумой 5130.
а) Может ли быть записано число 240?
б) Можно ли обойтись без числа 16?
в) Какое наименьшее количество чисел кратных 16 может быть на доске?

ТИП #5

10. На доске 30 различных натуральных чисел, каждое или оканчивается на 7, или четное, а сумма чисел равна 810.
а) Может ли быть 24 четных числа?
б) Может ли быть на доске ровно два числа, оканчивающихся на 7?
в) Какое наименьшее количество чисел с последней цифрой 7 может быть на доске?

11. На доске 30 различных натуральных чисел, каждое или оканчивается на 9, или четное, а сумма чисел равна 877.
а) Может ли быть 27 четных чисел?
б) Может ли быть на доске ровно 15 чисел, оканчивающихся на 9?
в) Какое наибольшее количество чисел с последней цифрой 9 может быть на доске?

ТИП #6

12. На доске написано 30 различных натуральных чисел, десятичная запись каждого из которых оканчивается или на цифру 2, или на цифру 6. Сумма написанных чисел равна 2946.
а) Может ли на доске быть поровну чисел, оканчивающихся на 2 и 6?
б) Может ли ровно одно число на доске оканчиваться на 6?
в) Какое наименьшее количество чисел, оканчивающихся на 6, может быть записано на доске?

13. На доске написано 30 различных натуральных чисел, десятичная запись каждого из которых оканчивается или на цифру 7, или на цифру 3. Сумма написанных чисел равна 2502.
а) Может ли на доске быть поровну чисел, оканчивающихся на 7 и 3?
б) Может ли ровно одно число на доске оканчиваться на 3?
в) Какое наименьшее количество чисел, оканчивающихся на 3, может быть записано на доске?

ТИП #7

14. Задумано несколько натуральных чисел (не обязательно различных). Эти числа и все их возможные произведения (по 2 числа, по 3 числа и т. д.) выписывают на доску. Если какое-то число n, выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляют одно такое число n, а остальные числа, равные n, стирают. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 9, 12, 36.
а) Приведите пример задуманных числе, для которых на доске будет записан набор 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90.
б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 3, 5, 7, 9, 15, 21, 35, 45, 105, 315, 945?
в) Приведите все примеры шести задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор, наибольшее число в котором равно 82.

ТИП #8

15. 32 студента пишут две контрольные работы, каждый может написать или только одну или обе. За контрольную можно получить от 0 до 20 баллов. Средний балл за каждую из контрольных - 14. Студенты называют наивысший из полученных баллов профессору, если студент написал одну работу, то он называет балл за нее.
а) Приведите пример, при котором среднее арифметическое меньше 14.
б) Может ли среднее арифметическое быть равно 11 если обе контрольные написали только два студента?
в) Какое наименьшее количество студентов должно написать обе контрольные чтобы среднее арифметическое было равно 11?

16. 28 студентов пишут две контрольные работы, каждый может написать или только одну или обе. За контрольную можно получить от 0 до 20 баллов. Средний балл за каждую из контрольных - 15. Студенты называют наивысший из полученных баллов профессору, если студент написал одну работу, то он называет балл за нее.
а) Приведите пример, при котором среднее арифметическое меньше 15.
б) Может ли среднее арифметическое быть равно 13 если обе контрольные написали только два студента?
в) Какое наименьшее количество студентов должно написать обе контрольные чтобы среднее арифметическое было равно 13?

17. 28 студентов пишут две контрольные работы, каждый может написать или только одну или обе. За контрольную можно получить от 0 до 20 баллов. Средний балл за каждую из контрольных - 15. Студенты называют наивысший из полученных баллов профессору, если студент написал одну работу, то он называет балл за нее.
а) Приведите пример, при котором среднее арифметическое меньше 15.
б) Может ли среднее арифметическое быть равно 5?
в) Какое наименьшее среднее арифметическое могло быть, если обе контрольные работы писали 10 студентов?

18. 28 студентов пишут две контрольные работы, каждый может написать или только одну или обе. За контрольную можно получить от 0 до 20 баллов. Средний балл за каждую из контрольных - 14. Студенты называют наивысший из полученных баллов профессору, если студент написал одну работу, то он называет балл за нее.
а) Приведите пример, при котором среднее арифметическое меньше 14.
б) Может ли среднее арифметическое быть равно 17?
в) Какое наименьшее среднее арифметическое могло быть, если обе контрольные работы писали 12 студентов?

СПАСИБО

УЧИТЕЛЬСКАЯ ДЛЯ МАТЕМАТИКОВ

HTTPS://JOIN.SKYPE.COM/OEBUFLR9TTVA

ГРУППА И ПОРТАЛ РЕШУ ЕГЭ

HTTPS://VK.COM/RESHUEGE
HTTPS://EGE.SDAMGIA.RU/TEST?ID=14962524
HTTPS://EGE.SDAMGIA.RU/TEST?ID=14963066
HTTPS://MATH-EGE.SDAMGIA.RU/TEST?ID=14975602
HTTPS://MATH-EGE.SDAMGIA.RU/TEST?ID=14976588

ФОРУМ И САЙТ АЛЕКСАНДРА ЛАРИНА

HTTP://ALEXLARIN.COM/VIEWTOPIC.PHP?F=36&T=15067
HTTP://ALEXLARIN.NET/EGE/2017/020617.HTML

ПОРТАЛ ШКОЛКОВО И 4EGE

HTTPS://SHKOLKOVO.NET/VARIANTS/62
HTTPS://SHKOLKOVO.NET/VARIANTS/63
HTTP://4EGE.RU/TRENING-MATEMATIKA/54949-ZADANIYA-REALNOGO-EGE-2017-PO-MATEMATIKE.HTML

ЧАТ В TELEGRAM ДЛЯ СДАЮЩИХ ЕГЭ

HTTPS://T.ME/JOINCHAT/AAAAAENJBNPXCVHJNJ75VW

ГРУППЫ ВКОНТАКТЕ О ЕГЭ

HTTPS://VK.COM/MATH_100
HTTPS://VK.COM/EGE100BALLOV

МОИ УЧЕНИКИ И ДРУГИЕ

Диана Ермакова, Моргунова Татьяна Юрьевна, Наталья Семёновна, Вера Ковалевич, Пальцев Андрей и Анна, Елена Ильинична Хажинская, Илья Гогуадзе, Виктория Терехова, Алла Юрьевна, Юля Грох, Никита Толмачев, Татьяна Завиткова, Игорь Саенко, Иван Клубовский, Алина Калимеллина, Кирилл Шаповалов, Кирилл Лапин, Эльшад Гумбатов, Никита Смирнов, Анна Брюхова, Виктор-Анатольевич Шеховцов, Виктория Терехова, Татьяна Завиткова, Ольга Крестинина, Неля Мухаметшина, Игорь Саенко, Владимир Бабенко, Екатерина Чекмарева, Олег Корниенко, Сергей Королёв, Татьяна Дмитриевна Реутская, Александр Иванов, Татьяна Соколова, Ольга Павловна