

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
A1	2	A6	1
A2	3	A7	4
A3	2	A8	3
A4	4	A9	2
A5	3	A10	1

При выполнении заданий A1 – A10 в бланке ответов №1 под номером выполняемого задания поставьте знак "x" в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

A1

Найдите значение выражения $4^{6p} \cdot 4^{-4p}$ при $p = \frac{1}{4}$.

- 1) 1 2) 2 3) 32 4) 4

$$4^{6p} \cdot 4^{-4p} = 4^{6p-4p} = 4^{2p} = 4^{2 \cdot 0,25} = 4^{0,5} = 2$$

Верный ответ 2).

A2

Упростите выражение $\frac{\sqrt[3]{54} \cdot \sqrt{16}}{\sqrt[3]{250}}$.

- 1) 1,2 2) $\frac{6 \cdot \sqrt[3]{2}}{5}$ 3) 2,4 4) $\sqrt[3]{2}$

$$\frac{\sqrt[3]{54} \cdot \sqrt{16}}{\sqrt[3]{250}} = 4 \cdot \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 3^3}{2 \cdot 5^3}} = \frac{4 \cdot 3}{5} = 2,4$$

Верный ответ 3).

A3

Найдите значение выражения $\log_4(64c)$, если $\log_4 c = -3,5$.

- 1) -6,5 2) -0,5 3) -10,5 4) -67,5

$$\log_4(64c) = \log_4 64 + \log_4 c = \log_4 4^3 - 3,5 = 3 - 3,5 = -0,5$$

Верный ответ 2).

A4

На одном из следующих рисунков изображен график нечетной функции. Укажите этот рисунок.

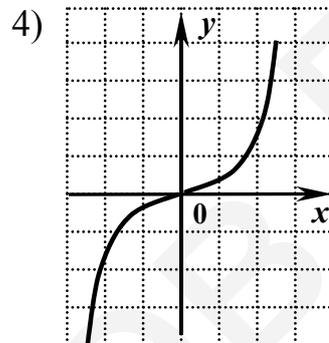
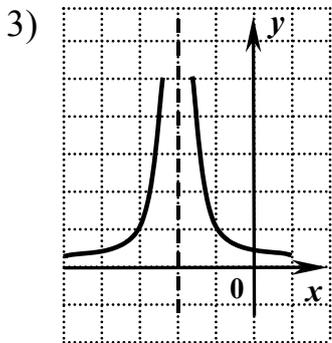
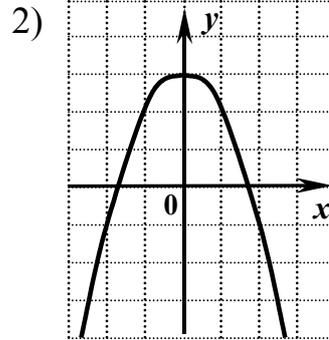
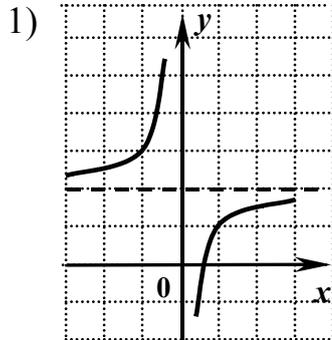


График нечётной функции симметричен сам себе относительно начала координат. Такому условию удовлетворяет только график 4).
Верный ответ 4).

A5 Найдите производную функции $y = (x - 3)\cos x$.

- 1) $y' = \cos x + (x - 3)\sin x$
- 2) $y' = (x - 3)\sin x - \cos x$
- 3) $y' = \cos x - (x - 3)\sin x$
- 4) $y' = -\sin x$

$$y' = ((x-3)\cos x)' = (x-3)'\cos x + (x-3)(\cos x)' = \cos x - (x-3)\sin x.$$

Верный ответ 3)

A6 Укажите множество значений функции $y = 2^x + 5$.

- 1) $(5; +\infty)$
- 2) $(0; +\infty)$
- 3) $(-\infty; +\infty)$
- 4) $(7; +\infty)$

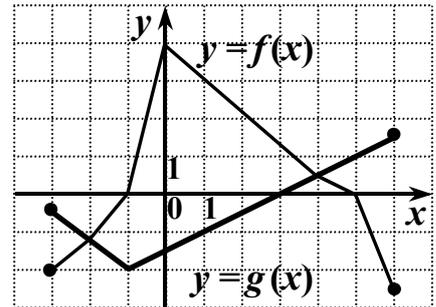
Множество значений функции $y = 2^x$ будет множество $[0; +\infty)$.

$$0 < 2^x < +\infty \Rightarrow 0+5 < 2^x + 5 < +\infty + 5 \Rightarrow 5 < 2^x + 5 < +\infty \text{ т.е. } (5; +\infty).$$

Верный ответ 1).

A7 На рисунке изображены графики функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$, заданных на промежутке

$[-3; 6]$. Укажите множество всех значений x , для которых выполняется неравенство $f(x) \geq g(x)$.



- 1) $[-1; 5]$
- 2) $[-3; -2] \cup [4; 6]$
- 3) $[-3; -1] \cup [5; 6]$
- 4) $[-2; 4]$

Такое неравенство выполняется, когда на координатной плоскости график $f(x)$ по оси OY расположен выше графика $g(x)$. Графики пересекаются в точках с абсциссами: -2 и 4 . Между этими значениями график $f(x)$ выше, чем график $g(x)$.

Верный ответ 4).

A8 Найдите область определения функции $f(x) = \frac{25}{3 - \sqrt[4]{x}}$.

- 1) $[0; 3) \cup (3; +\infty)$
- 2) $[0; +\infty)$
- 3) $[0; 81) \cup (81; +\infty)$
- 4) $(-\infty; 81) \cup (81; +\infty)$

Дробь существует, когда знаменатель дроби не равен нулю. Корень существует для неотрицательных чисел. Исходя, из этих условий и будем находить область определения этой функции.

$$\begin{cases} 3 - \sqrt[4]{x} \neq 0, \\ x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 81, \\ x \geq 0. \end{cases} \text{Получаем в итоге область } [0; 81) \cup (81; +\infty).$$

Верный ответ 3).

A9

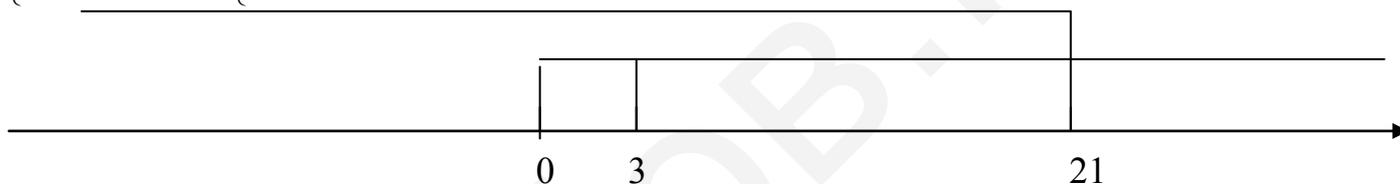
Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}}(7x - 21) > \log_{\frac{1}{2}}(6x)$.

- 1) $(-\infty; 21)$ 2) $(3; 21)$ 3) $(3; +\infty)$ 4) $(21; +\infty)$

Логарифмическая функция с основанием меньше единицы – функция убывающая.

Логарифмы существуют только для положительных чисел, поэтому получаем:

$$\begin{cases} 7x - 21 < 6x, \\ 7x - 21 > 0, \\ 6x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 21, \\ x > 3, \\ x > 0. \end{cases}$$



Решением будет промежуток от 3 до 21. т.е. $(3; 21)$

Верный ответ 2).

A10

Решите уравнение $2 \cos\left(\frac{\pi}{4}x\right) - 1 = 0$.

- 1) $\pm \frac{4}{3} + 8n, \quad n \in Z$
 2) $\frac{4}{3} + 8n, \quad n \in Z$
 3) $\pm \frac{2}{3} + 4n, \quad n \in Z$
 4) $\frac{2}{3} + 4n, \quad n \in Z$

$$2 \cos\left(\frac{\pi}{4}x\right) = 1 \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{4}x\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{4}x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k \Rightarrow x = \pm \frac{\pi \cdot 4}{3 \cdot \pi} + \frac{2\pi k \cdot 4}{\pi} \Rightarrow \pm \frac{4}{3} + 8k, k \in Z.$$

Верный ответ 1).

Ответом к заданиям В1 – В11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

№ задания	Ответ
<i>B1</i>	3,5
<i>B2</i>	- 3
<i>B3</i>	3
<i>B4</i>	17
<i>B5</i>	3
<i>B6</i>	2
<i>B7</i>	- 10
<i>B8</i>	- 5
<i>B9</i>	1240
<i>B10</i>	4,8
<i>B11</i>	10

В1 Решите уравнение $7 \cdot 5^{\log_5 x} = x + 21$.

На основании формулы $a^{\log_a b} = b$ Получаем $7x = x + 21 \Rightarrow 6x = 21 \Rightarrow x = 3,5 > 0$
Верный ответ 3,5.

В2 Найдите значение выражения $5 \sin(\pi + \alpha) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\sin \alpha = 0,5$.

Используя формулы приведения

$$5 \sin(\pi + \alpha) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -5 \sin \alpha - \sin \alpha = -6 \sin \alpha = -6 \cdot 0,5 = -3.$$

Верный ответ -3.

В3 Решите уравнение $x^2 \sqrt{x-1} - 4\sqrt{x-1} = 0$.

(Если уравнение имеет более одного корня, то в ответе запишите сумму всех его корней).

$$x^2 \sqrt{x-1} - 4\sqrt{x-1} = 0 \Rightarrow (x^2 - 4)\sqrt{x-1} = 0 \Rightarrow (x-2)(x+2)\sqrt{x-1} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2, \\ x = -2, \\ x = 1. \end{cases}$$

Можно выбрать только 2 и 1, т.к. -2 не входит в область определения корня т.е. $x-1 \geq 0$ или $x \geq 1$.

Сумма корней $2+1 = 3$.

Записать ответ 3.

ЧАСТЬ 2

B4 Найдите значение выражения $2^x - y$, если $(x; y)$ является

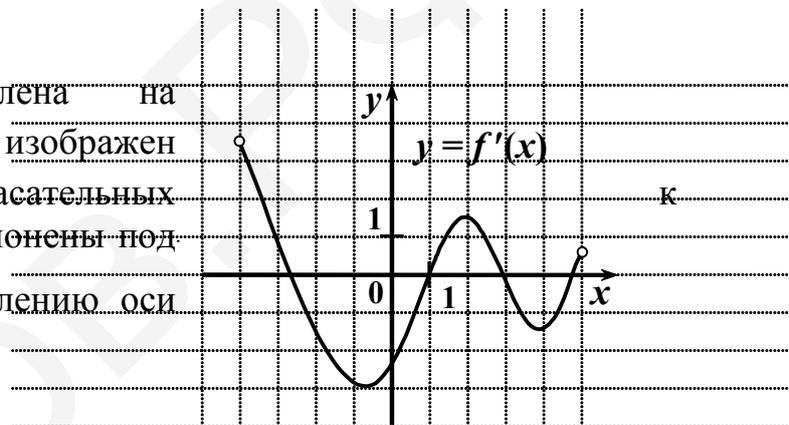
решением системы уравнений
$$\begin{cases} 7 \cdot 2^x + 6y = 2 \\ 2^{x+1} - 3y = 43. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7 \cdot 2^x + 6y = 2 \\ 2^{x+1} - 3y = 43. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^x = \frac{2-6y}{7} \\ 2^x = \frac{43+3y}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^x = \frac{2-6y}{7} \\ \frac{2-6y}{7} = \frac{43+3y}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^x = \frac{2-6y}{7} \\ 4-12y = 301+21y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^x = \frac{2-6y}{7} \\ -33y = 297 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^x = \frac{2-6y}{7} \\ y = -9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^x = \frac{2+54}{7} \\ y = -9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^x = \frac{56}{7} \\ y = -9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^x = 8 \\ y = -9 \end{cases} \Rightarrow 2^x - y = 8 + 9 = 17.$$

Записать в ответ 17.

B5 Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-4; 5)$. На рисунке изображен график ее производной. Найдите число касательных к графику функции $y = f(x)$, которые наклонены под углом в 45° к положительному направлению оси абсцисс.



Если касательная к графику наклонена под углом 45° , то значение производной функции в этой точке равно $\text{tg}45^\circ = 1$

Таких значений данный график имеет 3, значит и таких касательных 3

Записать ответ 3.

B6 Найдите значение выражения $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+2\sqrt{x-1}}$ при $x = 1,2007$.

$$\begin{aligned} (\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+2\sqrt{x-1}})^2 &= x - 2\sqrt{x-1} + 2\sqrt{(x-2\sqrt{x-1})(x+2\sqrt{x-1})} + x + 2\sqrt{x-1} = 2x + 2\sqrt{x^2 - 4x + 4} = \\ &= 2x + 2\sqrt{(x-2)^2} = 2x + 2|x-2| = 2 \cdot 1,2007 + 2 \cdot 0,7993 = 2 \cdot 2 = 4. \end{aligned}$$

Квадрат значения этого выражения при $x = 1,2007$ равен 4, значит значение выражения равно корню из 4 т.е. 2.

Записать ответ 2.

B7 Найдите наименьший корень уравнения $\log_3(x+1)^2 + \log_3|x+1| = 6$.

$$\log_3(x+1)^2 |x+1| = 6 \Rightarrow (x+1)^2 |x+1| = 3^6$$

Если $x \geq -1$, то получим уравнение $(x+1)^3 = 9^3 \Rightarrow x+1 = 9 \Rightarrow x = 8$.

Если $x < -1$, то получим уравнение $-(x+1)^3 = 9^3 \Rightarrow x+1 = -9 \Rightarrow x = -10$.

Записать ответ -10.

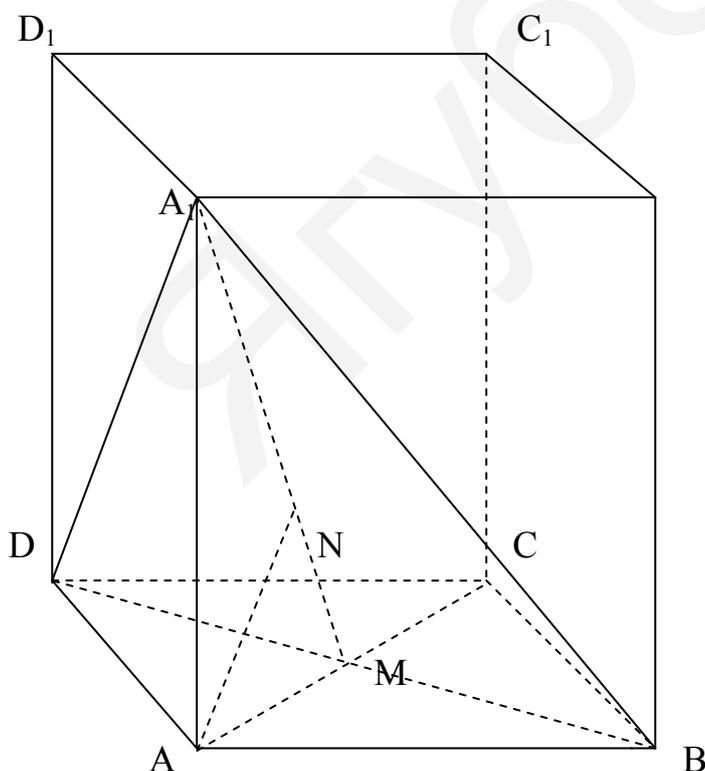
B8 Периодическая функция $y = f(x)$ определена для всех действительных чисел. Её период равен 2 и $f(1) = 5$. Найдите значение выражения $3f(7) - 4f(-3)$.

Функция периодическая с периодом $T = 2$, если выполняются условия $f(x+nT) = f(x-nT) = f(x)$, $n \in \mathbb{Z}$. $3f(7) - 4f(-3) = 3f(1+3T) - 4f(1-2T) = 3 \cdot 5 - 4 \cdot 5 = -5$.
Записать ответ -5.

***B9** Денежный вклад в банк за год увеличивается на 11 %. Вкладчик внес в банк 7000 рублей. В конце первого года он решил увеличить сумму вклада и продлить срок действия договора еще на год, чтобы в конце второго года иметь на счету не менее 10000 рублей. Какую наименьшую сумму необходимо дополнительно положить на счет по окончании первого года, чтобы при той же процентной ставке (11 %) реализовать этот план? (Ответ округлите до целых.)

7000 – первоначальный вклад, $7000 + 0,11 \cdot 7000 = 7770$ – вклад в конце первого года. Вкладчик добавил x , значит на начало второго года сумма была $7770 + x$. В конце второго года сумма станет равной $x + 7770 + 0,11(x + 7770)$ и это выражение должно быть больше или равно 10000. Решим неравенство $1,11x + 8624,7 \geq 10000 \Rightarrow 1,11x \geq 1375,3 \Rightarrow x \geq 1239,009$
Записать ответ 1240

***B10** Высота правильной четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равна 8, а сторона основания равна $6\sqrt{2}$. Найдите расстояние от вершины A до плоскости $A_1 B D$.



Дано:

$$H = AA_1 = 8$$

$$DA = AB = 6\sqrt{2}$$

Найти AN

Ребро правильной четырехугольной пирамиды перпендикулярно основанию, а в основании лежит квадрат. $A_1 D = A_1 B$ равны как диагонали равных прямоугольников

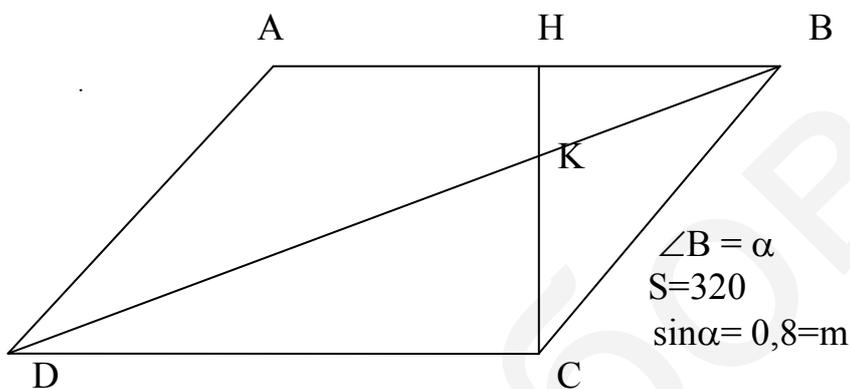
поэтому основание высоты пирамиды AA_1BD находится на медиане A_1M треугольника DBA_1 т.е. совпадает с высотой прямоугольного треугольника A_1MA . Найдём стороны этого треугольника. Катет $AA_1 = 8$, $AM = 0,5AC = 0,5(\sqrt{(AB)^2 + (AD)^2}) = 0,5 \cdot \sqrt{72+72} = 0,5 \cdot \sqrt{144} = 0,5 \cdot 12 = 6$. A_1M можно найти по теореме Пифагора $A_1M = \sqrt{36+64} = 10$. Из свойства $AM^2 = MN \cdot MA_1 \Rightarrow MN = \frac{36}{10} = 3,6$

Значит по теореме Пифагора $AN = \sqrt{36-12,96} = \sqrt{23,04} = 4,8$.

Записать верный ответ 4,8.

***B11**

Дан ромб $ABCD$ с острым углом B . Площадь ромба равна 320, а синус угла B равен 0,8. Высота CH пересекает диагональ BD в точке K . Найдите длину отрезка CK .



Площадь ромба вычисляется по формуле $AB \cdot BC \cdot \sin \alpha = \frac{HC}{m} \cdot \frac{HC}{m} \cdot m = S$

$(HC)^2 = 320 \cdot 0,8 = 256 \Rightarrow HC = 16$. $\Rightarrow CB = HC : m = 16 : 0,8 = 20 \Rightarrow HB = \sqrt{400 - 256} = \sqrt{144} = 12$. Диагональ ромба делит угол пополам, а $\sin \alpha = 0,8$, тогда $\cos \alpha = \sqrt{1 - 0,64} = 0,6$, значение $\cos \alpha > 0$ т.к. угол α острый. Найдём

$$\frac{1 + \cos \alpha}{2} = \frac{1 + 0,6}{2} = 0,8 = \cos^2 \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{0,8} \cdot \sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{1 - 0,8} = \sqrt{0,2} \Rightarrow \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{0,2}{0,8}} = 0,5.$$

$$CK = CH - HK = CH - HB \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 16 - 12 \cdot 0,5 = 10.$$

Для записи ответов на задания C1 и C2 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.

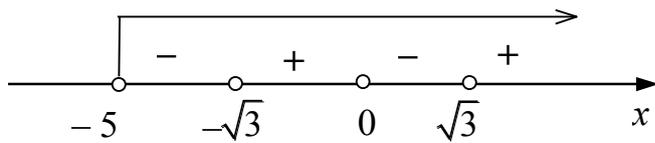
C1

Найдите значение функции $f(x) = 10^{\lg \frac{x^3 - 3x}{x+5} - \log_{0,1}(x+5)}$ в точке максимума.

Решение:

1. Найдём область определения функции f :

$$\begin{cases} \frac{x^3 - 3x}{x+5} > 0 \\ x+5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3}) > 0 \\ x+5 > 0 \end{cases}$$



$$x \in (-\sqrt{3}; 0) \cup (\sqrt{3}; \infty)$$

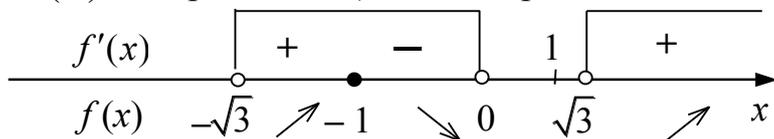
Упростим формулу, задающую функцию:

$$f(x) = 10^{\lg \frac{x^3 - 3x}{x+5} + \lg(x+5)} = 10^{\lg(x^3 - 3x)} = x^3 - 3x$$

$$2. f(x) = x^3 - 3x, \quad x \in (-\sqrt{3}; 0) \cup (\sqrt{3}; \infty)$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3, \quad f'(x) = 3(x^2 - 1)$$

$f'(x) = 0$ при $x = -1$ ($x = 1$ не принадлежит области определения функции f).



$x = -1$ - точка максимума и $f(-1) = 2$

Ответ: 2.

C2 Решите уравнение $\sin 2x \cdot \operatorname{tg} x + 1 = 3 \sin x$.

Решение:

$$1) \sin 2x \cdot \operatorname{tg} x + 1 = 3 \sin x \Leftrightarrow 2 \sin x \cos x \cdot \frac{\sin x}{\cos x} - 3 \sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$$

$$2) 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0; \\ \sin x = 1 \text{ или } \sin x = 0,5.$$

а) $\sin x = 1$, тогда $\cos x = 0$, значит, $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$ не являются решениями исходного уравнения.

б) $\sin x = 0,5$, тогда $\cos x \neq 0$ и $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$.

Ответ: $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$.

Для записи ответов на задания (С3 – С5) используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

С3

Найдите все значения x , которые удовлетворяют неравенству $(2a-1)x^2 < (a+1)x + 3a$ при любом значении параметра a , принадлежащем промежутку $(1; 2)$.

Решение:

1) Неравенство приводится к виду $(2x^2 - x - 3)a + (-x^2 - x) < 0$, в котором левая часть, рассматриваемая как функция от a , есть **линейная** функция $f(a) = (2x^2 - x - 3)a + (-x^2 - x)$ с коэффициентами, зависящими от x . В задаче требуется найти все значения x , при каждом из которых эта функция отрицательна для всех $a \in (1; 2)$.

2) Для отрицательности линейной функции f на промежутке $(1; 2)$ необходимо, чтобы она была отрицательна или равна нулю при каждом из двух значений

$$a = 1 \text{ и } a = 2, \text{ т.е. выполнялась система } \begin{cases} f(1) \leq 0 \\ f(2) \leq 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} f(1) \leq 0 \\ f(2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 3 \leq 0 \\ 3x^2 - 3x - 6 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)(x+1) \leq 0 \\ (x-2)(x+1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 2.$$

3) Для выполнения требования задачи функция f не должна равняться нулю при обоих значениях $a = 1$ и $a = 2$ одновременно, т. е. **не** выполняется система

$$\begin{cases} f(1) = 0 \\ f(2) = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} f(1) = 0 \\ f(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)(x+1) = 0 \\ (x-2)(x+1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1.$$

4) Выполнения двух полученных условий уже достаточно для отрицательности $f(a)$ на данном промежутке. Таким образом, искомые значения x — это

$$\text{решения системы } \begin{cases} -1 \leq x \leq 2 \\ x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x \leq 2.$$

Ответ: $(-1; 2]$.

***С4**

Дана правильная треугольная пирамида со стороной основания, равной $2\sqrt{7}$. Центр основания пирамиды является вершиной конуса, окружность основания которого вписана в боковую грань пирамиды. Найдите радиус основания конуса.

Решение:

1) Пусть пирамида $FABC$ – данная правильная пирамида, FO – ее высота, тогда точка O – центр треугольника ABC . CD – медиана треугольника ABC , тогда и $CO:OD=2:1$. Треугольник FAB равнобедренный и точка D – середина значит, FD – медиана, высота и биссектриса треугольника FAB .

Пусть основание конуса вписано в треугольник FAB . Тогда центр основания (точка P) является точкой пересечения биссектрис треугольника FAB . Следовательно, OP – высота конуса, PD – радиус основания, а OD – образующая конуса. Тогда $OP \perp FD$.

2) Пусть $PT \perp FA$. Тогда $PT=PD$ как радиусы окружности, вписанной в треугольник FAB . Прямоугольные треугольники FDA и FTP подобны (имеют общий угол при вершине F). Следовательно, $\frac{FA}{FP} = \frac{AD}{PT}$ или $\frac{FA}{AD} = \frac{FP}{PD}$, так как $PT=PD$. Отсюда

$$\frac{FA + AD}{AD} = \frac{FP + PD}{PD},$$

т.е. $PD = \frac{AD \cdot FD}{FA + AD}$. Вычислим PD другим способом. Прямоугольные треугольники

FOD и OPD подобны, так как имеют общий угол D . Поэтому $\frac{PD}{OD} = \frac{OD}{FD}$ и

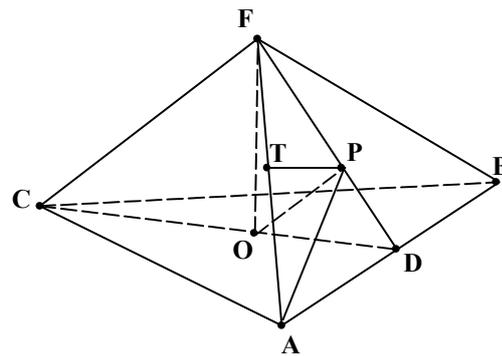
$$PD = \frac{OD^2}{FD}. \text{ Итак, } \frac{AD \cdot FD}{FA + AD} = \frac{OD^2}{FD} \quad (1).$$

3) По условию $AB=2\sqrt{7}$. Пусть $AF=b$ и $PD=r$. Из треугольника FAD получаем $FD = \sqrt{b^2 - (\sqrt{7})^2} = \sqrt{b^2 - 7}$, а из треугольника ABC получаем $CD = \sqrt{21}$, $OD = \frac{1}{3}CD = \frac{1}{3}\sqrt{21}$. Подставим найденные величины в равенство (1):

$$\frac{\sqrt{7} \cdot \sqrt{b^2 - 7}}{b + \sqrt{7}} = \frac{7}{3\sqrt{b^2 - 7}}. \text{ Отсюда получаем: } 3(b - \sqrt{7}) = \sqrt{7}. \text{ Следовательно,}$$

$$b = \frac{4\sqrt{7}}{3} \text{ и } r = \frac{7}{3\sqrt{b^2 - 7}} = \frac{\frac{7}{3}}{\sqrt{\frac{16 \cdot 7}{9} - 7}} = 1.$$

Ответ: 1.



Пусть $O \in CD$

AB ,

конуса

C5

Найдите количество всех решений системы уравнений

$$\begin{cases} y(1-x)^2 + x^3 = 0 \\ 2x - \frac{10}{x \log_y 2} = 5 \log_{32} (0,125y^2) - 7. \end{cases}$$

Решение:

1) По условию $x \neq 0$, а $y > 0$, $y \neq 1$. Тогда второе уравнение системы равносильно следующим уравнениям: $2x - \frac{10}{x} \cdot \log_2 y = \log_2 (0,125y^2) - 7$,

$$2x - \frac{10}{x} \cdot \log_2 y = 2 \log_2 y - 3 - 7, \quad x - \frac{5 \log_2 y}{x} = \log_2 y - 5,$$

$$x^2 + (5 - \log_2 y)x - 5 \log_2 y = 0, \quad (x + 5)(x - \log_2 y) = 0.$$

Если $x = -5$, то первое уравнение системы имеет вид $y \cdot 36 - 125 = 0$, $y = 125/36 > 0$.
Значит, $(-5; 125/36)$ – решение системы.

2) Если $x \neq -5$, то $x = \log_2 y$, $y = 2^x$ и первое уравнение системы имеет вид $2^x(1-x)^2 + x^3 = 0$. Если $x > 0$, то $x^3 > 0$ и $2^x(1-x)^2 + x^3 > 0$, т.е. положительных корней нет. Если $x < 0$, то $1-x \neq 0$ и

$$2^x = -x^3 \cdot (1-x)^{-2}. \quad (*)$$

3) Рассмотрим функции $y = 2^x$ и $y = -x^3 \cdot (1-x)^{-2}$.

Функция $y = 2^x$ возрастает ($2 > 1$).

Иследуем функцию $y = -x^3 \cdot (1-x)^{-2}$, $x < 0$:

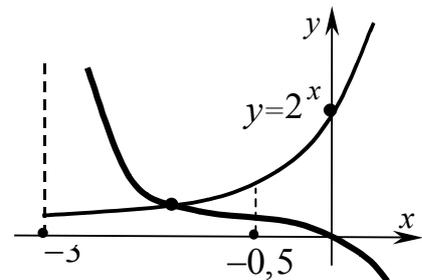
$$\begin{aligned} y' &= -3x^2(1-x)^{-2} - x^3(-2)(1-x)^{-3}(-1) = \\ &= -x^2(1-x)^{-3}(3(1-x) + 2x) = -x^2(1-x)^{-3}(3-x) < 0, \end{aligned}$$

т.к. $x^2 > 0$, $3-x > 0$, $(1-x)^{-3} > 0$. Значит, эта функция убывает при $x < 0$.

4) Если $x = -3$, то $2^x < 1 < -x^3 \cdot (1-x)^{-2}$. Если же

$$x = -0,5, \text{ то } 2^x = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad -x^3 \cdot (1-x)^{-2} = \frac{1}{8} : \frac{9}{4} = \frac{1}{18} \text{ и}$$

$2^x > -x^3 \cdot (1-x)^{-2}$. Так как обе функции изменяются непрерывно, то имеется единственный корень x_0 уравнения (*), $-3 < x_0 < -0,5$; $x_0 \neq -5$. Поэтому



исходная система имеет ровно два решения $(x_0; 2^{x_0})$ и $(-5; 125/36)$.

Ответ : 2.