федеральное государственное бюджетное образовательное учреждениевысшего профессионального образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

УТВЕЖДАЮ
Первый проректор –
проректор по учебной работе
МГТУ им. Н.Э. Баумана
__________ Б.В.Падалкин
«____» ________ 2015 г.

ПРОГРАММА
ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ В МАГИСТРАТУРУ

по направлению подготовки

02.04.01 Математика и компьютерные науки
код и наименование направления подготовки

Факультет

Аэрокосмический (АК)
Фундаментальные науки
(ФН)
Полное наименование факультета (сокращенное наименование)

Кафедра(ы)

Вычислительная математика и математическая физика (ФН11)

Полное наименование кафедры (сокращенное наименование)

Москва, 2015 г.

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

К вступительным испытаниям в магистратуру допускаются лица, имеющие документ государственного образца о высшем образовании любого уровня (диплом бакалавра или специалиста).

Лица, предъявившие диплом магистра, могут быть зачислены только на договорной основе.

Прием осуществляется на конкурсной основе по результатам вступительных испытаний.

Программа вступительных испытаний в магистратуру по направлению подготовки:

02.04.01 Математика и компьютерные науки

код и наименование направления подготовки

составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования подготовки бакалавра по направлению:

02.03.01 Математика и компьютерные науки

код и наименование направления подготовки

и охватывает базовые дисциплины подготовки бакалавров по названному направлению.

Программа содержит описание формы вступительных испытаний, перечень вопросов для вступительных испытаний и список литературы рекомендуемой для подготовки.

2. ЦЕЛЬ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Вступительные испытания призваны определить степень готовности поступающего к освоению основной образовательной программы магистратуры по направлению:

02.04.01 Математика и компьютерные науки

код и наименование направления подготовки

3. ФОРМА ПРОВЕДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Вступительные испытания проводятся в письменной форме в соответствии с установленным приемной комиссией МГТУ расписанием.

Поступающему предлагается ответить письменно на 10 вопросов и задач билета, расположенных в порядке возрастания трудности и охватывающих содержание разделов и тем программы соответствующих вступительных испытаний.

На ответы по вопросам и задачам билета отводится **210 минут.**

Результаты испытаний оцениваются по **стобалльной** шкале.

Результаты испытаний оглашаются не позднее чем через три рабочих дня.

4. ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Письменное испытание проводится по программе, базирующейся на основной образовательной программе бакалавриата по направлению

02.03.01 Математика и компьютерные науки

код и наименование направления подготовки

Перечень разделов и тем дисциплины, включенные в письменное испытание

ДИСЦИПЛИНА 1. Алгебра

Основы алгебры

Матрицы. Действия с матрицами. Ассоциативность произведения матриц. Понятие обратной матрицы.

Определители n-го порядка. Свойства определителей. Теоремы об определителях.

Разложение определителя по строке. Правило Крамера.

Вычисление определителей методом Гаусса. Теорема об определителе произведения матриц. Вычисление обратной матрицы.

Комплексные числа.

Векторные пространства

Векторные пространства. Размерность и базис. Подпространства. Изоморфность пространств одной размерности. Сумма и пересечение подпространств. Теорема о связи их размерностей. Прямая сумма подпространств.

Матрица перехода. Изменение координат при переходе к другому базису.

Евклидовы пространства. Процесс ортогонализации. Изоморфность евклидовых пространств одной размерности.

Линейные, билинейные и квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов методом Лагранжа.

Приведение квадратичной формы к сумме квадратов методом Якоби. Критерий Сильвестра. Определитель Грамма. Закон инерции.

Понятие линейного оператора. Матрица оператора. Изменение матрицы оператора при переходе к другому базису.

Собственные числа и собственные векторы. Теорема о существовании собственного вектора у оператора в комплексном пространстве. Независимость собственных векторов, отвечающих различным собственным значениям.

Диагонализируемые операторы. Инвариантные подпространства. Существование двумерного инвариантного подпространства у оператора в действительном пространстве.

Линейные операторы в евклидовом пространстве. Ортогональные операторы.

Самосопряженные операторы. Теорема о существовании собственного базиса. Приведение квадратичной формы к главным осям. Теорема о приведении к главным осям пары форм, из которых одна положительно определена.

Жорданова нормальная форма

Приведение матрицы оператора к жордановой нормальной форме. Пример.

λ–матрицы. Инвариантные множители. Единственность жордановой нормальной формы.

Минимальный и характеристический многочлены линейного оператора. Теорема Гамильтона – Кэли.

Сопряженное пространство. Пространство, сопряженное к евклидову.

Перечень вопросов

1. Ассоциативность произведения матриц.
2. Обратная матрица. Единственность обратной матрицы.
3. Приведение квадратной матрицы элементарными преобразованиями к треугольному виду.
4. Определитель транспонированной матрицы.
5. Кососимметричность определителя.
6. Вычисление определителя методом Гаусса.

7. Теорема о разложении определителя по строке.
8. Теорема об определителе с нулевым углом.
9. Правило Крамера.
10. Теорема об определителе произведения матриц.
11. Вычисление обратной матрицы.
12. Аксиомы и примеры линейных пространств. Размерность и базис линейного пространства. Сформулировать и доказать теорему о единственности разложения элемента линейного пространства по базису. Координаты вектора. Линейные операции над векторами в базисе.
13. Переход к новому базису. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису. Подпространства линейного пространства. Примеры.
14. Вещественное евклидово пространство. Аксиомы и примеры. Норма вектора. Аксиомы нормы. Сформулировать и доказать теорему о нормировании произвольного вещественного евклидова пространства.
15. Сформулировать и доказать неравенство Коши-Буняковского .
16. Ортогональность векторов. Линейная независимость ортогональной системы векторов. Ортонормированный базис евклидова пространства, сформулировать и доказать теорему о его существовании.
17. Процесс ортогонализации Грамма- Шмидта (привести алгоритм ортогонализации). Выражение координат вектора в ортонормированном базисе. Вычисление скалярного произведения и нормы вектора в ортонормированном базисе.
18. Линейные операторы: определение, примеры. Матрица линейного оператора в данном базисе. Ядро и образ оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису, инвариантность её определителя и следа относительно замены базиса. Подобные матрицы.
19. Действия над линейными операторами и соответствующие действия с их матрицами. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристический многочлен, его независимость от базиса. След линейного оператора.
20. Собственные подпространства. Свойства собственных векторов, отвечающих одному и тому же собственному значению. Алгебраическая и геометрическая кратность собственного числа и связь между ними.
21. Линейная независимость собственных векторов, отвечающих различным собственным значениям. Матрица линейного оператора в базисе, состоящем из его собственных векторов. Критерий существования такого базиса (без док-ва). Существование базиса из собственных векторов в случае действительных и различных характеристических корней.
22. Линейные операторы в евклидовых пространствах. Сопряженный и самосопряженный операторы, их матрицы в ортонормированном базисе.
23. Вещественность собственных значений самосопряженного оператора. Ортогональность собственных векторов самосопряженного оператора, отвечающих различным собственным значениям. Существование собственного ортонормированного базиса самосопряженного линейного оператора.
24. Ортогональные преобразования координат евклидова пространства, ортогональные матрицы. Диагонализация симметрической матрицы ортогональным преобразованием.
25. Билинейная и квадратичные формы. Координатная и матричная форма записи. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
26. Преобразование матрицы квадратичной формы при переходе к новому базису. Ранг квадратичной формы, его инвариантность относительно выбора базиса.
27. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа и ортогональным преобразованием.
28. Закон инерции квадратичных форм (без док-ва). Приведение уравнений кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду.

Основная учебная литература

1. Кострикин А. И. Введение в алгебру. Часть 1. Основы алгебры. М.: Изд-во МЦНМО, 2012. – 272 с.
2. Кострикин А. И. Введение в алгебру. Часть 2. Линейная алгебра. М.: Изд-во МЦНМО, 2012. – 368 с.
3. Кострикин А. И. Введение в алгебру. Часть 3. Основные структуры алгебры. М.: Изд-во МЦНМО, 2012. – 272 с.
4. Ильин В. А., Ким Г. Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. М.: Проспект, 2012. – 400 с.
5. Сборник задач по алгебре. Под ред. А. И. Кострикина. М.: Изд-во МЦНМО, 2009. – 408 с.
6. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. М.: .Изд-во КДУ, 2009. – 320 с.
7. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. СПб.: Лань, 2011, - 432 с.
8. Димитриенко Ю.И. Тензорный анализ/ Механика сплошной среды.Т.1.-Изд-во МГТУ им.Н.Э.Баумана.-2011.-463 с.

Дополнительная учебная литература.

1. Спивак М. Математический анализ на многообразиях. М.: Мир, 1968. – 162 с.

ДИСЦИПЛИНА 2. Уравнения математической физики

Одномерные уравнения гиперболического типа

Уравнение в частных производных первого порядка, общее решение. Решение уравнения первого порядка в частных производных, проходящее через заданную кривую.

Квазилинейные уравнения второго порядка для функций двух переменных. Приведение к каноническому виду. Характеристики, классификация.

Вывод уравнений малых колебаний струны и упругого стержня. Начальные и краевые условия. Неограниченная струна. Решение Даламбера. Полубесконечная струна (стержень). Метод отражений.

Ограниченная струна (стержень). Метод разделения переменных для однородных краевых условий и неоднородного уравнения. Ограниченная струна (стержень) с однородными краевыми условиями и неоднородным уравнением. Функция Грина краевой задачи.

Редукция общей краевой задачи к задаче с однородными краевыми условиями. Задачи без начальных условий.

Спектр краевой задачи. Теоремы Стеклова. Энергия колебаний струны (стержня). Теореме единственности.

Одномерные уравнения параболического типа

Вывод уравнения теплопроводности и диффузии.

Уравнение теплопроводности на бесконечном отрезке. Функция Грина и ее свойства. Уравнение теплопроводности на полу бесконечном отрезке. Метод отражений. Метод разделения переменных для уравнения теплопроводности на ограниченном отрезке.

Неоднородное уравнение теплопроводности и функция Грина краевой задачи.

Принцип максимума для уравнения теплопроводности и теорема единственности.

Задачи без начальных условий и задача о промерзании земли.

Уравнение Лапласа, уравнения теории колебаний в пространстве

Физические задачи, приводящие к уравнениям Лапласа и Пуассона. Постановки краевых задач в области. Гармонические функции. Формулы Грина. Фундаментальные решения уравнения Лапласа. Теорема о среднем значении.

Принцип максимума для функций гармонических в области. Теорема единственности.

Теоремы единственности решения внешних краевых задач для уравнения Лапласа на плоскости и в пространстве.

Метод статических изображений построения функции Грина для краевых задач в круге и в полуплоскости. Метод конформных отображений построения функций Грина плоских задач для уравнения Лапласа в ограниченных и неограниченных областях.

Метод статических изображений для построения функции Грина для уравнения Лапласа в шаре. Формулы Пуассона для решения краевой задачи в круге и в шаре.

Введение в теорию гармонических потенциалов. Потенциалы простого и двойного слоя. Простейшие интегральные уравнения теории потенциалов.

Уравнение колебаний в неограниченном трехмерном пространстве. Формула Пуассона.

Следствия из формулы Пуассона. Метод спуска. Особенности распространения волн в двумерном и трехмерном случае. Случай чисто периодического возмущения. Уравнение Гельмгольца.

Фундаментальные решения уравнений с линейным дифференциальным оператором и обобщенная задача Коши, простейшие квазилинейные ДУ в частных производных

Основные свойства обобщенных функций. Преобразования Фурье и Лапласа обобщенных функций.

Фундаментальное решение линейного дифференциального уравнения с обыкновенными производными.

Фундаментальное решение одномерного волнового уравнения.

Фундаментальное решение уравнения теплопроводности.

Понятие обобщенного решения линейного дифференциального уравнения. Обобщенное решение задачи Коши для ОДУ.

Обобщенное решение задачи Коши для волнового уравнения.

Обобщенное решение задачи Коши для уравнения теплопроводности.

Уравнение Бюргерса.

Уравнение Картевега- де Фриза

Перечень вопросов.

1. Общий вид ДУ в частных производных. Уравнения, линейные относительно старших производных. Приведение к каноническому виду. Характеристики. Классификация линейных и квазилинейных уравнений второго порядка.
2. Уравнения гиперболического типа. Уравнение малых поперечных колебаний струны и малых продольных колебаний упругого стержня. Начальные и краевые условия. Редукция общей задачи к задаче с однородными краевыми условиями. Вынужденные колебания.
3. Уравнение колебаний бесконечной струны (стержня). Задача Коши с начальными условиями. Решение Даламбера. Характеристики. Распространение начального отклонения и начального импульса.
4. Уравнение колебаний полу бесконечной струны (стержня). Метод отражений. Графическая иллюстрация.
5. Энергия колебаний ограниченной струны. Теорема единственности краевой задачи.
6. Метод разделения переменных для уравнения колебаний ограниченной струны в случае краевых условий первого и второго рода.
7. Метод разделения переменных для уравнения колебаний ограниченной струны в случае краевых условий третьего рода.

8. Краевая задача для уравнения колебаний ограниченной струны с нулевыми начальными условиями и неоднородностью в уравнении. Функция Грина.
9. Общая схема разделения переменных в уравнении колебаний ограниченной струны с переменными коэффициентами Теоремы Стеклова.
10. Метод разделения переменных для неоднородного уравнения теплопроводности с нулевым краевым условием. Функция Грина
11. Метод разделения переменных для однородного уравнения теплопроводности с однородными краевыми условиями.
12. Уравнение теплопроводности на бесконечной прямой. Функция Грина.
13. Задача без начального условия для уравнения теплопроводности с заданным тепловым режимом на границе полу бесконечного интервала. Промерзание земли.
14. Уравнение Гельмгольца. Его частные решения в декартовых, полярных и сферических координатах.
15. Функция Грина первой краевой задачи для уравнения Гельмгольца в прямоугольнике, полосе, и бесконечном цилиндре прямоугольного сечения.
16. Физические задачи, приводящие к уравнению Лапласа. Функции, гармонические в области. Постановка краевых задач для уравнения Лапласа.
17. Гармонические функции. Связь с аналитическими функциями комплексного переменного. Уравнение Лапласа в комплексной форме и его общее решение.
18. Уравнение Лапласа в криволинейных ортогональных координатах (Полярные координаты, сферические координаты). Частные решения методом разделения переменных.
19. Функция Грина уравнения Лапласа для первой краевой задачи в полуплоскости, полупространстве, и внутри окружности. Построение методом отражений.
20. Построение функции Грина уравнения Лапласа для первой краевой задачи в ограниченной области с гладкой аналитической границей методом конформных отображений.
21. Построение функции Грина уравнения Лапласа для первой краевой задачи в неограниченной области с гладкой аналитической границей методом конформных отображений.
22. Первая и вторая формулы Грина в ограниченной области для дважды непрерывно дифференцируемых функций. Третья формула Грина. Интегральное представление для функции гармонической в области. Случаи краевых задач Дирихле и Неймана.
23. Теорема о среднем значении на плоскости и в пространстве для гармонических функций. Принцип максимального значения.
24. Теоремы единственности решений внутренних и внешних краевых задач для уравнения Лапласа на плоскости и в пространстве.
25. Решение первой краевой задачи для уравнения Лапласа внутри круга и вне круга методом разделения переменных. Интеграл Пуассона.
26. Метод отражений для решения первой краевой задачи в случае сферы и интеграл Пуассона.
27. Гармонический потенциал двойного слоя. Формулы предельных значений для потенциала двойного слоя . Интегральное уравнение Фредгольма второго рода для задачи Дирихле в ограниченной области.
28. Гармонический потенциал простого слоя. Формулы предельных значений для потенциала простого слоя и его нормальной производной . Интегральное уравнение Фредгольма второго рода для задачи Неймана в ограниченной области.
29. Применение поверхностных интегралов к решению краевых задач. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений второго рода краевых задач Дирихле и Неймана в случае уравнения Лапласа.

30. Обобщенная задача Коши для Уравнения теплопроводности в неограниченном пространстве с начальными условиями. Функция Грина уравнения теплопроводности как обобщенное решение. Вывод ее явного вида для одномерного случая
31. Обобщенная задача Коши для уравнения колебаний в неограниченном пространстве с начальными условиями. Функция Грина уравнения как обобщенное решение. Вывод ее явного вида для одномерного случая.
32. Формула Пуассона дл решения задачи о распространении колебаний в неограниченной двумерной области с начальными условиями.
33. Формула Пуассона дл решения задачи о распространении колебаний в неограниченной трехмерной области с начальными условиями.
34. Нелинейное уравнение Кортевега-де Фриза.
35. Нелинейное уравнение переноса. Ударная волна. Уравнение Бюргерса.

Основная учебная литература.

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А., Уравнения математической физики, М.: Изд-во МГУ, 2004
2. Будак Б.Н., Самарский А.А., Тихонов А.Н., Сборник задач по математической физике. М.: Физматлит, 2004
3. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М. «Наука»; 2008.

Дополнительная учебная литература.

1. Владимиров В.С., Уравнения математической физики, М.: Наука, 1981
2. Мартинсон Л.К., Малов Ю.И., Дифференциальные уравнения математической физики, М.: Изд-во МГТУ, 2006
3. Владимиров В.С., Михайлов В.П., Сборник задач по уравнениям математической физики, М.: Физматлит, 2003
4. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Изд.4-е, М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2011, - 240 стр.
5. Димитриенко Ю.И. Тензорный анализ/ Механика сплошной среды.Т.1.-Изд-во МГТУ им.Н.Э.Баумана.-2011.-463 с.

ДИСЦИПЛИНА 3. Дифференциальная геометрия и основы тензорного исчисления

Алгебра тензоров в 3-х мерном евклидовом пространстве

Криволинейные системы координат в области евклидова пространства. Примеры. Локальные векторы базиса. Якобиевы и метрические матрицы. Правили расстановки индексов. Векторные поля, алгебраические операции с векторными полями.

Векторное произведение и его свойства. Смешанное произведение и двойное векторное произведение.

Геометрическое определение тензора 2-го ранга. Операции с тензорами. Компоненты тензора. Базисные тензоры. Скалярное умножение тензоров. Диады.

Поле тензора 2-го ранга. Алгебраические операции с тензорами. Собственные значения тензора. Разложение тензоров по собственному базису.

Определение тензора n-го ранга. Правила преобразования компонент тензора при переходе к новой системе координат.

Алгебра тензоров на линейных пространствах

Тензорное произведение линейных пространств. Определение тензора 2-го ранга на линейном пространстве. Диадный базис. Тензоры высших рангов.

Тензоры на сопряженном пространстве. Изменение компонент тензоров при замене базиса. Операции с тензорами. Независимые компоненты тензоров.

Тензорный анализ в 3-х мерном евклидовом пространстве.

Символы Кристоффеля, их свойства. Определение ковариантной производной скаляра и вектора. Набла-оператор. Ротор вектора, дивергенция вектора.

Ковариантные производные тензора 2-го ранга. Дивергенция и ротор тензора. Теорема Риччи.

Ковариантные производные 2-го порядка.

Геометрия римановых пространств и пространств аффиной связности.

Элементарное многообразие. Касательное пространство. Риманово пространство. Тензоры на элементарном многообразии. Коэффициенты связности в римановом пространстве. Ковариантное дифференцирование в римановом пространстве. Абсолютная производная тензора. Параллельный перенос.

Определение пространств аффинной связности. Ковариантное дифференцирование в пространстве аффинной связности. Тензоры кручения, кривизны Римана-Кристоффеля. Риманово пространство аффинной связности.

Тензорное описание кривых в 3-х мерном евклидовом пространстве.

Способы задания кривых. Длина дуги. Векторные характеристики кривых. Кручение и кривизна кривой.

Сопровождающий трехгранник. Формулы Френе, их механический смысл. Уравнение касательной, нормали и бинормали.

Теория поверхностей в 3-х мерном евклидовом пространстве.

Способы задания поверхностей. Локальные векторы базиса и метрическая матрица на поверхности. Тензоры на поверхности. Касательная плоскость и нормаль поверхности.

Первая квадратичная форма поверхности. Элементарная площадка поверхности. Вторая квадратичная форма.

Кривые на поверхности. Векторы нормальной и геодезической кривизны. Нормальная и геодезическая кривизна кривой на поверхности. Теорема Менье.

Главные кривизны поверхности. Гауссова и средняя кривизны. Классификация точек поверхности. Индикатриса Дюпена.

Линии кривизны. Геодезические линии, экстремальное свойство геодезических. Асимптотические линии. Длина кривой на поверхности, угол между кривыми на поверхности, площадь поверхности.

Перечень вопросов

1. Дать определение локальных векторов базиса (основных и взаимных). Как связаны локальные векторы базиса с метрической матрицей ?

2. Дать определение векторного произведения, используя символы Леви-Чивиты. Сформулировать и доказать свойства символов Леви-Чивиты

3. Алгебраические операции с тензорами (сложение, умножение на скаляр). Компоненты тензоров. Теорема о разложении тензора по базисным тензорам. Единичный тензор, скалярное умножение тензоров.

4. Дать определение транспонированного, симметричного, кососимметричного тензоров. Вывести выражения для их компонент. Геометрическое представление этих тензоров.

5. Дать определение обратного, ортогонального тензоров. Вывести выражения для их компонент. Геометрическое представление этих тензоров.

6. Собственные значения тензора второго ранга. Разложение тензора по собственному базису.

7. Сформулировать теорему о собственных значениях ортогонального тензора второго ранга.

8. Сформулировать и доказать теорему о связи кососимметричного тензора и аксиального вектора.

9. Определение тензора 2-го ранга на линейном пространстве с использованием классов эквивалентности.

10. Диадный базис.

11. Тензоры высших рангов. Пример тензора третьего ранга.

12. Набла-оператор, ковариантная производная компонент вектора и тензора второго ранга .

13. Символы Кристоффеля, их классификация. Связь символов Кристоффеля с метрической матрицей.

14. Определение дивергенции тензора и ротора тензора. Сформулировать теорему о градиенте тензора.

15. Сформулировать и доказать теорему Риччи.

16. Дифференцирование произведения тензоров.

17. Свойства ковариантных производных. Ковариантное дифференцирование сумм. Дифференцирование произведений вектора и тензора на скаляр.

14. Доказать, что: $\nabla(a \cdot b) = (\nabla \otimes a) \cdot b + (\nabla \otimes b) \cdot a$
15. Доказать, что: $\nabla \otimes (a \times b) = (\nabla \otimes a) \times b - (\nabla \otimes b) \times a$
16. Доказать, что: $\nabla \cdot (a \times b) = (\nabla \times a) \cdot b - (\nabla \times b) \cdot a$
17. Доказать, что: $\nabla \cdot (a \otimes b) = (\nabla \cdot a) \otimes b + a \cdot \nabla \otimes b$
18. Доказать, что: $\nabla \times (a \times b) = b \cdot \nabla \otimes a + a(\nabla \cdot b) - b(\nabla \cdot a) - a \cdot \nabla \otimes b$
19. Доказать, что: $\nabla \times (a \otimes b) = (\nabla \times a) \otimes b - a \times (\nabla \otimes b)$
20. Доказать, что: $\nabla \otimes (T \cdot a) = (\nabla \otimes T) \cdot a + (\nabla \otimes a) \cdot T^t$
21. Доказать, что: $\nabla \otimes (a \cdot T) = (\nabla \otimes a) \cdot T + (\nabla \otimes T^t) \cdot a$
22. Доказать, что: $\nabla \cdot (T \cdot a) = (\nabla \cdot T) \cdot a + T \cdot\cdot (\nabla \otimes a)^t$
23. Доказать, что: $\nabla \cdot (a \cdot T) = (\nabla \cdot T^t) \cdot a + T \cdot\cdot \nabla \otimes a$
24. Доказать, что: $\nabla \cdot (T \times a) = (\nabla \cdot T) \times a + (T^t \cdot \nabla) \times a$
25. Доказать, что: $\nabla \times (a \cdot T) = (\nabla \times a) \cdot T - a \cdot (\nabla \times T)$,
26. Доказать, что: $\nabla \times (T \cdot a) = (\nabla \times T) \cdot a - (T \times \nabla)^t \cdot a$
27. Доказать, что: $\nabla \times (a \cdot T) = (\nabla \times \mathrm{T}^t) \cdot a - (T^t \times \nabla) \cdot a$
28. Доказать, что: $\nabla \times (T \times a) = (\nabla \times T) \times a - (T^t \times \nabla) \times a$
29. Доказать, что: $\nabla \times (a \times T) = -(\nabla \cdot a)T + (\nabla \otimes a) \cdot T - a \cdot \nabla \otimes T + a \otimes \nabla \cdot T$

30. Кривые в трехмерном евклидовом пространстве. Способы задания кривых. Длина дуги кривой.

31. Векторные характеристики кривой: касательный вектор, нормальный вектор, бинормаль, кривизна, радиус кривизны

32. Вывод формул Френе.

33. Сопровождающий трехгранник, кривизна, кручение

34. Дать определение 1-й квадратичной формы поверхности. Вывести связь 1-ой квадратичной формы с длиной кривой на поверхности. Вычисление площади поверхности.

35. Дать определение 2-ой квадратичной формы поверхности.

36. Ортогональные траектории для заданного семейства кривых на поверхности.

37. Деривационные формулы.

38. Главные направления и главные кривизны. Средняя и Гауссова кривизны. Типы точек поверхности.

39. Геодезические линии, экстремальное свойство геодезических.

40. Нормальная кривизна. Асимптотические линии.

Основная литература

1. Димитриенко Ю.И. Тензорное исчисление. - М.:Высшая школа, 2004, 575 с.
2. Димитриенко Ю.И. Тензорный анализ/ Механика сплошной среды.Т.1.-Изд-во МГТУ им.Н.Э.Баумана.-2011.-463 с.
3. Мак-Конел А.Дж. Введение в тензорный анализ. СПБ.: Лань, 2006, 412 с.
4. Сокольников И.С. Тензорный анализ. М.: СПБ: Лань, 2005, 376 с.
5. Победря Б.Е. Лекции по тензорному анализу. М.: Изд-во.МГУ, 2004, 286 с.
6. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. — М.: Физматлит, 2005.— 176 с.
7. Мищенко А.С., Соловьев Ю.П., Фоменко А.Т. Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии.— М.:Изд-во МГУ, 2004. — 184 с.
8. А.Н. Щетинин, Е.А. Губарева Введение в тензорный анализ. Учебное пособие. Изд-во МГТУ им.Н.Э. Баумана.-2012.40 с.

Дополнительная учебная литература

1. Схоутен Я.А. Тензорный анализ для физиков. М.: Наука, 1965,
2. Векуа И.Н. Основы тензорного анализа и теории ковариантов.М.: Наука, 1978, 296 с.
3. Горшков А.Г., Рабинский Л.Н., Тарлаковский Д.В. Основы тензорного анализа и механика сплошной среды. М.: Наука,2000.
4. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. — М.: Наука, 1979.
— 760 с.
5. Стернберг С. Лекции по дифференциальной геометрии. — М.: Мир, 1970. — 412 с.
6. Петров А.З. Пространства Эйнштейна. М.: Физматгиз, 1961,464 с.
10. Постников М.М. Лекции по геометрии. Семестр II: Линейная алгебра. М.: Наука, 1986, 400 с.
11. Грин А., Адкинс Дж. Большие упругие деформации и нелинейная механика сплошной среды. М.: Мир, 1965, 455 с.
12. Сиротин Ю.И., Шаскольская Н.П. Основы кристаллофизики. М.: Наука, 1979, 640 с.

13. Най Дж. Физические свойства кристаллов. М.: ИЛ, 1960, 386 с.

ДИСЦИПЛИНА 4. Численные методы

Численные методы алгебры

Элементы теории погрешностей и погрешности численных методов решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ): метод Жордана-Гаусса с выбором ведущего элемента, метод прогонки. Чебышёвская и евклидова нормы матрицы, изменение погрешностей под действием матричных операторов, число обусловленности квадратной матрицы и вычисление относительной погрешности при численном решении СЛАУ, матричные аналитические функции. Метод наименьших квадратов (МНК) и оценка параметров в моделях полиномиальной регрессии. Принцип сжимающих отображений и метод простой итерации для решения алгебраических уравнений и систем, методы простой итерации и Зейделя для решения СЛАУ, метод (касательных) Ньютона и его модификации для численного решения алгебраических уравнений. Итерационные методы решения спектральной матричной задачи: вычисление наибольшего по модулю собственного значения (и отвечающего ему собственного вектора), метод Якоби для полного решения спектральной матричной задачи.

Интерполяция сеточных функций. Аппроксимация функций и линейных операторов в функциональных пространствах.

Схема сеток на отрезке и схема сеточных функций для непрерывной на отрезке функции, задача интерполяции сеточной функции по системе функций Чебышёва, интерполяционный полином Лагранжа. Дефектные сплайны 0-ой, 1-ой и 2-ой степени, бездефектные локальные В-сплайны 2-ой и 3-ей степени, задача сплайновой интерполяции сеточной функции, сплайновая аппроксимация гладких на отрезке функций. Приближённое вычисление значений интегрального оператора Фредгольма с аналитически заданным гладким ядром с помощью аппроксимации функционального аргумента сплайнами. Квадратурные формулы для приближённого вычисления интегралов Римана, метод конечных сумм для вычисления значений интегрального оператора Фредгольма с аналитически заданным гладким ядром. Разностные формулы для приближённого вычисления производных от гладких на отрезке функций, приближённые вычисления значений дифференциальных операторов.

Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений

Разностные формулы для приближённого вычисления производных гладких на отрезке функций

Разностная схема численного решения краевой задачи для линейного ОДУ 2-го порядка

Методы Рунге-Кутта 2-го порядка при численном решении задачи Коши для нормального обыкновенного дифференциального уравнения

Методов Рунге-Кутта 3-его и 4-го порядков при численном решении задачи Коши для нормального обыкновенного дифференциального уравнения

Численные методы решения уравнений в частных производных

Явная разностная схема численного решения задачи Коши для простейшего параболического уравнения в частных производных

Неявная разностная схема численного решения задачи Коши для простейшего параболического уравнения в частных производных

Метод конечных элементов.

Основная идея метода. Кусочно-непрерывная аппроксимация расчетной области. Принцип неизменности потенциальной энергии. Принцип возможных перемещений. Формулировки. Общий алгоритм МКЭ. Одномерные, двумерные и трехмерные КЭ. Функции формы. Локальная и глобальная система координат. Матрица Якоби. Субпараметрические, изопараметрические и суперпараметрические элементы. Четырехугольные элементы. Вычисление производных от функций форм. Решение задач о стационарных полях МКЭ: задача теплопроводности, электрического потенциала, течения жидкости, фильтрации. Решение задач статики линейной теории унругости МКЭ.

Перечень вопросов.

1.Приближённое описание чисел, абсолютная и относительная погрешности. Арифметика вычислений с заданными погрешностями.

2.Понятия базы аппроксимирования и аппроксимирования элементов линейного многообразия в банаховом пространстве, аналитическая корректность и корректность аппроксимирования.

3. Метод Жордана-Гаусса с выбором ведущего элемента

4. Метод прогонки для СЛАУ с трёх-диагональной матрицей.

5. Число обусловленности (овражность) квадратной невырожденной матрицы и оценка относительной погрешности решения СЛАУ.

6.Лемма о норме матрицы, обратной к матрице, имеющей диагональное преобладание

7.Понятие стабилизирующего функционала и стабилизированный МНК.

8. Метод наименьших квадратов (МНК) для решения СЛАУ и лемма о МНК-решении.

9.Метод секущих и его модификации для решения алгебраических уравнений

10. Принцип сжимающих отображений и оценка погрешности метода простой итерации при решении алгебраических уравнений. Достаточное условие сжимания для гладкого преобразования в конечномерном пространстве.

11. Общее описание итерационных методов в полном метрическом пространстве.

12. Метод касательных (Ньютона) для решения алгебраических уравнений

13.Метод Зейделя при решении СЛАУ как модификация метода простой итерации.

14.Метод простой итерации при решении СЛАУ с матрицей, имеющей диагональное преобладание

15.Итерационный метод вычисления максимального по модулю собственного значения матрицы и отвечающего ему собственного вектора.

16. Общие принципы решения спектральной задачи для квадратной матрицы, пример метода Крылова для вычисления характеристического полинома матрицы.

17.Метод Якоби полного решения спектральной матричной задачи.

18.Сетки и схемы сеток отрезка, пространства сеточных функций. Постановка задачи интерполяции, схемы интерполяции и различные типы их корректности.

19.Аналитический вид интерполяционного полинома Лагранжа и матричный способ его вычисления

20 .Остаток в форме Коши при интерполяции Лагранжа гладкой функции.

21. Задача интерполяции по системе функций Чебышёва, примеры.

22. Дефектные сплайны 0-ой и 1-ой степеней.

23.Дефектные сплайны 2-ой степени.

24.Бездефектные локальные B-сплайны 2-ой и 3-ей степеней.

25.Приближённые вычисления значений интегрального оператора Фредгольма с аналитически заданным гладким ядром с помощью сплайнов.

26.Составная квадратурная формула прямоугольников

27. Составная квадратурная формула трапеций

28.Составная квадратурная формула парабол

29. Сеточно-сплайновое аппроксимирование в пространстве непрерывных на отрезке функций

30. Понятие устойчивости схемы линейных операторов в банаховых пространствах

31.Теорема о достаточных условиях корректности финитной схемы аналогов для задачи вычисления значений линейного оператора в банаховых пространствах

32.Метод конечных сумм для приближённого вычисления значений интегрального оператора с аналитически заданным гладким ядром, теорема о его корректности

32.Метод конечных сумм для численного решения линейного интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода с симметричным аналитически заданным ядром, теорема о его корректности

33.Приближённые вычисления значений интегрального оператора Фредгольма с аналитически заданным гладким ядром с помощью сплайнов

34.Понятие устойчивости схемы линейных операторов в банаховых пространствах

35.Понятие аппроксимирования линейных операторов в банаховых пространствах

36.Сплайновый метод коллокаций для численного решения интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода с симметричным аналитически заданным ядром.

37.Метод коллокации для численного вычисления значения линейного интегрального оператора с аналитически заданным ядром.

38.Модели парной и множественной линейных регрессий.

39.Модель полиномиальной регрессии.

40 .Разностные формулы для приближённого вычисления производных гладких на отрезке функций

41.Разностная схема численного решения краевой задачи для линейного ОДУ 2-го порядка

42.Рабочие формулы Методов Рунге-Кутта 2-го порядка при численном решении задачи Коши для нормального обыкновенного дифференциального уравнения

43.Рабочие формулы Методов Рунге-Кутта 3-его и 4-го порядков при численном решении задачи Коши для нормального обыкновенного дифференциального уравнения

44.Явная разностная схема численного решения задачи Коши для простейшего параболического уравнения в частных производных

45.Неявная разностная схема численного решения задачи Коши для простейшего параболического уравнения в частных производных

46.Кусочно-непрерывная аппроксимация расчетной области. Принцип возможных перемещений.

47.Общий алгоритм МКЭ. Одномерные, двумерные и трехмерные КЭ. Функции формы.

48.Локальная и глобальная система координат. Матрица Якоби.

49.Субпараметрические, изопараметрические и суперпараметрические элементы. Четырехугольные элементы.

50.Решение задач о стационарных полях МКЭ: задача теплопроводности, электрического потенциала,

51.Решение задач течения жидкости методом МКЭ.

52.Решение задач статики линейной теории упругости МКЭ.

Основная учебная литература.

1. Пирумов У.Г. Численные методы: Учебное пособие. – М.: ДРОФА, 2007, – 224 сс.
2. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков М.В. Численные методы: Учебное пособие. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009, – 636 с.
3. Киреев В.И., Пантелеев А.В. Численные методы в примерах и задачах: Учеб. Пособие. – М.: Высшая школа, 2006. – 480 с.
4. Петров И.Б. Лекции по вычислительной математике: Учебное пособие. – М.: Интернет-Университет Информационных Технологий; БИНОМ. Лаборатория Знаний, 2006. – 523 с.

5. Бате К. Ю. Методы конечных элементов .- М. .- Физматлит, 2010. – 1024 с.
6. Вержбицкий В.М. Основы численных методов. М.: Высшая школа. – 2009. – 848с.

Дополнительная учебная литература.

1. Власова Е.А., Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Приближённые методы математической физики: Учеб. для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – 700 с. (Сер. Математика в техническом университете, вып. 13).
2. Краснов М.Л., Киселёв А.И., Макаренко Г.И. Интегральные уравнения: Задачи и примеры с подробными решениями: Учебное пособие. – М.: Едиториал УРСС, 2009.– 190 сс.
3. Треногин В.А. Функциональный анализ: Учебник. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 488 с.
4. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач: Учебное пособие. – Москва «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 285с.

ДИСЦИПЛИНА 5. Механика сплошной среды

Кинематика сплошной среды.

Векторное пространство. Базисы, замена базисов. Преобразование координат векторов при замене базисов. Евклидово пространство. Метрическая матрица. Ортонормированные базисы. Сопряженное пространство. Пространство, сопряженное с евклидовым пространством. Ковариантные и контравариантные компоненты векторов. Векторное произведение и его свойства. Символы Леви-Чивиты Точечно-аффинное пространство. Радиус-вектор. Криволинейные координаты. Локальные векторные базисы, метрические матрицы. Символы Кристоффеля. Ковариантные производные компонент векторов. Геометрическое определение тензоров в 3-х мерном евклидовом пространстве. Алгебраическое определение тензора. Алгебраические операции с тензорами. Тензорное произведение. Диадные базисы, представление тензора в диадном базисе. Симметричные, кососимметричные и ортогональные тензоры. Собственные значения и собственные векторы тензоров 2-го ранга. Физические компоненты тензоров. Набла-оператор. Ковариантное дифференцирование тензоров.

Основополагающие аксиомы механики сплошных сред (евклидовость, континуальность, абсолютность времени). Лагранжево и эйлерово описания движения сплошных сред. Закон движения сплошной среды. Актуальная и отсчетные конфигурации. Локальные базисы и метрические матрицы в конфигурациях.

Градиент деформаций. Тензоры деформаций Альманзи, Коши-Грина. Физический смысл компонент тензора деформаций. Преобразование ориентированной площадки при деформации сплошной среды. Полярное разложение, тензоры искажений и поворота, сопровождающего деформацию. Собственные значения и собственные вектора тензоров искажений. Геометрическая картина преобразования малой окрестности. Вектор перемещений, соотношения между перемещениями и тензорами деформаций.

Вектор скорости, конвективная производная, кинематическое соотношение. Траектория материальной точки, линия тока, вихревая линия, трубки тока. Градиент скорости. Тензоры скоростей деформаций и вихря. Вектор вихря. Теорема Гельмгольца.

Законы сохранения массы, импульса и момента импульса.

Закон сохранения массы. Плотность. Интегральная форма закона сохранения массы. Уравнение неразрывности в переменных Лагранжа. Дифференцирование интеграла по подвижному объему. Уравнение неразрывности в пространственном описании. Закон изменения количества движения, интегральная форма. Силы в МСС, массовые и поверхностные силы, внешние и внутренние силы. Вектор напряжений. Теоремы Коши о свойствах вектора напряжений. Тензор напряжений Коши. Уравнение движения в пространственном описании.

Тензор напряжений Пиолы-Кирхгофа. Уравнение движения в материальном описании. Закон изменения моментов количества движения. Уравнение моментов количества движения. Полярные и неполярные среды. Симметрия тензора напряжений Коши.

Законы термодинамики сплошных сред.

Первый закон термодинамики в пространственном и материальном описании. Вектор потока тепла. Уравнение энергии. Нулевой закон термодинамики. Второй закон термодинамики в пространственном и материальном описании. Уравнение баланса энтропии.

Уравнения совместности деформаций и полные системы законов сохранения.

Статические уравнения совместности деформаций, различные их формулировки. Тензор кривизны Римана-Кристоффеля, его свойства. Динамические уравнения совместности деформаций в материальном и пространственном описании. Полные системы законов сохранения в пространственном и материальном описании, их дифференциальная и интегральная формулировки.

Основное термодинамическое тождество и его следствия.

Проблема замыкания системы законов сохранения. Основные принципы построения определяющих соотношений для сплошных сред. Энергетические пары тензоров напряжений и деформаций. Основное термодинамическое тождество, реактивные и активные переменные. Принцип термодинамически-согласованного детерминизма. Определение идеальных сред. Общий вид определяющих соотношений для идеальных сред. Термодинамические потенциалы (свободные энергии Гельмгольца и Гиббса, химический потенциал, энтальпия). Классификация моделей сплошных сред. Принцип Онзагера. Закон Фурье.

Принципы материальной симметрии и материальной индифферентности, их следствия.

Принцип материальной симметрии. Группа симметрии сплошной среды. Определение твердых и жидких сред. Н-индифферентные тензорные функции и инварианты тензоров второго ранга. Группы симметрии твердых сред: изотропные, трансверсально-изотропные, ортотропные среды. Анизотропия свойств сплошных сред. Общие представления определяющих соотношений для анизотропных упругих сред. Группа симметрии жидких сред. Общее представление определяющих соотношений для идеальных жидкостей. Жесткие движения, S-индифферентные и S-инвариантные тензоры. Принцип материальной индифферентности.

Соотношения на поверхности сильных разрывов.

Примеры появления задач с поверхностями сильных разрывов. Первая классификация поверхностей раздела. Аксиома о классе функций при переходе через поверхность разрыва. Правило дифференцирования объемного интеграла при наличии поверхности разрыва. Вывод соотношений на поверхностях сильных разрывов в материальном описании. Соотношение между скоростями движения поверхностей разрыва в отсчетной и актуальной конфигурациях. Вывод соотношений на поверхностях сильных разрывов в пространственном описании. Явный вид соотношений на поверхностях сильного разрыва. Вторая классификация поверхностей разрыва.

Основы механики твердого тела.

Модели нелинейно упругого твердого тела с конечными деформациями; модель твердых сред с малыми деформациями; обобщенный закон Гука, упругие модули для анизотропных сред; основные постановки задач в теории малых упругих деформаций (квазистатическая задача, динамическая задача), различные типы граничных условий.

Перечень вопросов

1.Лагранжево и эйлерово описания движения сплошных сред. Актуальная и отсчетные конфигурации. Локальные базисы и метрические матрицы в конфигурациях.

2.Градиент деформаций. Тензоры деформаций Альманзи, Коши-Грина.Меры деформаций.

3.Физический смысл компонент тензора деформаций. Преобразование ориентированной площадки при деформации сплошной среды. Геометрическая картина преобразования малой окрестности .

4.Полярное разложение, тензоры искажений и поворота. Собственные значения и собственные вектора тензоров искажений.

5.Вектор перемещений, соотношения между перемещениями и градиентом деформаций, перемещениями и тензорами деформаций. Соотношения Коши в случае малых деформаций.

6.Вектор скорости, конвективная производная, кинематическое соотношение. Тензор скоростей деформаций.

7. Закон сохранения массы. Уравнение неразрывности в переменных Лагранжа. Различные формы уравнения неразрывности.

8. Дифференцирование интеграла по подвижному объему и уравнение неразрывности в пространственном описании.

9. Закон изменения количества движения. Интегральная форма уравнения движения. Внутренние и внешние силы. Массовые и поверхностные силы.

10.Вектор напряжений. Теоремы 1 и 2 Коши о свойствах вектора напряжений.

11.Тензор напряжений Коши, его свойства, тензор напряжений Пиола-Кирхгофа.

12. Уравнение движения в пространственном и материальном описании.

13.Закон сохранения моментов количества движения. Дифференциальная форма закона сохранения моментов количества движения. Полярные и неполярные среды. Симметрия тензора напряжений Коши.

14.Первый закон термодинамики в пространственном и материальном описании. Интегральная и дифференциальная формулировки. Вектор потока тепла.

15.Второй закон термодинамики в пространственном и материальном описании. Интегральная и дифференциальная формулировки.

16.Статические уравнения совместности деформаций. Четыре различные формулировки.

17.Динамические уравнения совместности деформаций в материальном и пространственном описании.

18. Полные системы законов сохранения в пространственном и материальном описании.

19.Незамкнутость системы законов сохранений МСС. Понятие об определяющих соотношениях. Принципы построения определяющих соотношений. Основное термодинамическое тождество.

20.Энергетические пары тензоров напряжений и деформаций.

21.Принципы термодинамически согласованного детерминизма, равноприсутствия и локальности. Общий вид определяющих соотношений сплошных сред. Модели Ап

22.Принцип материальной симметрии. Н-пробразования отсчетной конфигурации. Понятие об Н-индифферентных и Н-инвариантных тензорах, примеры. Группы симметрии. Определение жидких и твердых сред.

23.Инварианты. Анизотропные среды, примеры. Представления определяющих соотношений для твердых сред с помощью инвариантов (случаи изотропии, трансверсальной изотропии, ортотропии). Определяющие соотношение для идеальной жидкости.

24.Классификация поверхностей раздела. Аксиома о классе функций при переходе через поверхность разрыва. Правило дифференцирования объемного интеграла при наличии поверхности разрыва.

25. Соотношения на поверхностях сильных разрывов в материальном описании.

26.Соотношения на поверхностях сильных разрывов в пространственном описании.

27. Системы уравнений идеального газа, несжимаемой жидкости и вязкой жидкости. Модель совершенного идеального газа. Уравнение Громеки-Лемба. Соотношения на поверхностях разрыва идеальных жидких сред. Соотношения Гюгонио. Граничные условия в идеальном газе на поверхности контакта с твердой средой.

28.Модель адиабатических процессов в идеальной жидкости. Адиабата Пуассона, различные формулы ее записи. Баротропные жидкости и газы. Система уравнений для идеального газа при адиабатических процессах.

29.Соотношения Гюгонио для адиабатических процессов. Случай газа, покоящегося по одну сторону от поверхности разрыва. Адиабата Гюгонио. Изменение энтропии вдоль адиабаты Гюгонио. Изменение энтропии при малом скачке давления. Взаимное расположение адиабат Гюгонио и Пуассона. Адиабата Гюгонио и Пуассона для совершенного газа.

30. Скачки уплотнения и разрежения. Скорость звука.

31. Плоские волны, автомодельное решение Римана. Характеристические направления в одномерной задаче, инварианты Римана. Задача о поршне, выдвигаемом из газа. Задача о поршне, вдвигаемом в газ.

32. Определение установившихся процессов. Функция давления, выражения для нее при баротропных процессах. Интеграл Бернулли.

33. Применение интеграла Бернулли для несжимаемой жидкости в поле силы тяжести. Применение интеграла Бернулли для адиабатических процессов в совершенном газе.

34. Изэнтропические формулы, критическая скорость. Применение интеграла Бернулли для определения формы трубок тока в одномерных течениях.

35. Определение квазистатических процессов в жидкостях. Закон Паскаля. Равновесие жидкости в поле силы тяжести.

36. Определение потенциальных движений. Интеграл Коши-Лагранжа. Система уравнений движения баротропной потенциальной жидкости. Скорость звука при баротропных процессах. Граничные условия для движения потенциальной жидкости.

37. Основные классы потенциальных движений: установившиеся потенциальные движения, изотермические движения совершенного газа, малые возмущения изотермического движения, несжимаемая однородная жидкость. Модель идеального газа с малыми возмущениями.

38. Модель твердых сред с малыми деформациями: основные допущения и уравнения.

39.Модель линейно-упругой среды. Упругий потенциал. Различные формы представления определяющих соотношений линейно-упругих сред.

40. Основные постановки задач в теории малых упругих деформаций. Основные типы граничных условий. Простейшие задачи в теории малых упругих деформаций.

Основная учебная литература.

1. Димитриенко Ю.И. Нелинейная механика сплошной среды.-М.:Физматлит.-2009.-624с.
2. Димитриенко Ю.И. Механика сплошной среды: т.1 Тензорный анализ.-М.:Изд-во МГТУ им.Н.Э.Баумана.-2011.-463с.
3. Димитриенко Ю.И. Механика сплошной среды. Т.2. Универсальные законы механики и электродинамики сплошной среды.-М.:Изд-во МГТУ им.Н.Э.Баумана.-2011.-559 с.
4. Димитриенко Ю.И. Основы механики твердого тела/ Механика сплошной среды. Т.4.-Изд-во МГТУ им.Н.Э.Баумана.-2013.-624 с.
5. Седов Л.И. Механика сплошной среды. т.1, т.2 - 6-е изд., стер. — СПб.: Издательство «Лань», 2004. — 560 с.

Дополнительная учебная литература.

1. Горшков А.Г.,Рабинский Л.Н.,Тарлаковский Д.В.Основы тензорного анализа и механика сплошной среды. - М.:Наука, 2000.
2. Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Математические модели механики и электродинамики сплошной среды.-М.:Изд-во МГТУ им.Н.Э.Баумана.-2008.-512 с.
3. Черных К.Ф.и др. Введение в механику сплошных сред. Л.Изд.-во ЛГУ.1984.
4. Победря Б.Е., Георгиевский Д.В. Лекции по механике сплошной среды. - М.Наука, 2000.
5. Механика сплошных сред в задачах. Под.ред. М.Э. Эглит.- М.Московский лицей.-1996.
6. Трусделл К. Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред.-М.Мир.-1976.

5. ПРИМЕР БИЛЕТА ПИСЬМЕННЫХ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

БИЛЕТ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ В МАГИСТРАТУРУ ПО НАПРАВЛЕНИЮ
02.04.01 Математика и компьютерные науки

Вопрос №1. Сформулируйте и докажите теорему о разложении определителя по строке. (8 баллов).

Вопрос №2. Найти нормальную жорданову форму матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -3 & -3 & 3 \\ -2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ и базис, в котором она имеет эту форму. (8 баллов).

Вопрос №3. Уравнения гиперболического типа. Уравнение малых поперечных колебаний струны и малых продольных колебаний упругого стержня. Начальные и краевые условия. Редукция общей задачи к задаче с однородными краевыми условиями. Вынужденные колебания. (8 баллов).

Вопрос №4. Построение функции Грина уравнения Лапласа для первой краевой задачи в ограниченной области с гладкой аналитической границей методом конформных отображений. (8 баллов).

Вопрос №5. Дать определение транспонированного, симметричного, кососимметричного тензоров. Вывести выражения для их компонент. Геометрическое представление этих тензоров. (8 баллов).

Вопрос №6. Компоненты T^{ij} тензора T заданы в некотором базисе $\overline{e}_1, \overline{e}_2$ матрицей $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$. Вычислить компоненты тензора в базисе $\overline{b}_1 = 5\overline{e}_1 - 3\overline{e}_2, \quad \overline{b}_2 = -3\overline{e}_1 + 2\overline{e}_2$. (8 баллов).

Вопрос №7. Приближённое описание чисел, абсолютная и относительная погрешности. Арифметика вычислений с заданными погрешностями (12 баллов).

Вопрос №8. Найти интерполяционный полином Лагранжа для сеточной функции: $f(-1)=1$, $f(0)=1$, $f(1)=3$, $f(2)=7$. (12 баллов).

Вопрос №9. Модель адиабатических процессов в идеальной жидкости. Адиабата Пуассона, различные формулы ее записи. Баротропные жидкости и газы. Система уравнений для идеального газа при адиабатических процессах. (12 баллов).

Вопрос №10. Модель твердых сред с малыми деформациями: основные допущения и уравнения. (16 баллов).

Билет утвержден на заседании кафедры __28__ _января__ 2015 г.

Заведующий кафедрой ФН11 ____________________ Ю.И. Димитриенко

Автор(ы) программы:

Заведующий кафедрой ФН-11
д.ф.-м.н., профессор _______________ **Ю.И. Димитриенко**

Заместитель заведующего кафедрой ФН-11
к.ф.-м.н., доцент _______________ **Е.А. Губарева**

Декан факультета ФН _______________ В.О. Гладышев

Заведующий кафедрой ФН-11 _______________ Ю.И. Димитриенко

Начальник отдела магистратуры _______________ Б.П. Назаренко