Диагностическая работа
по подготовке к ЕГЭ

по МАТЕМАТИКЕ
13 февраля 2015 года 10-11 класс

Вариант MA00409
профильный уровень

Выполнена: ФИО_____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 5 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–14 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2014−2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

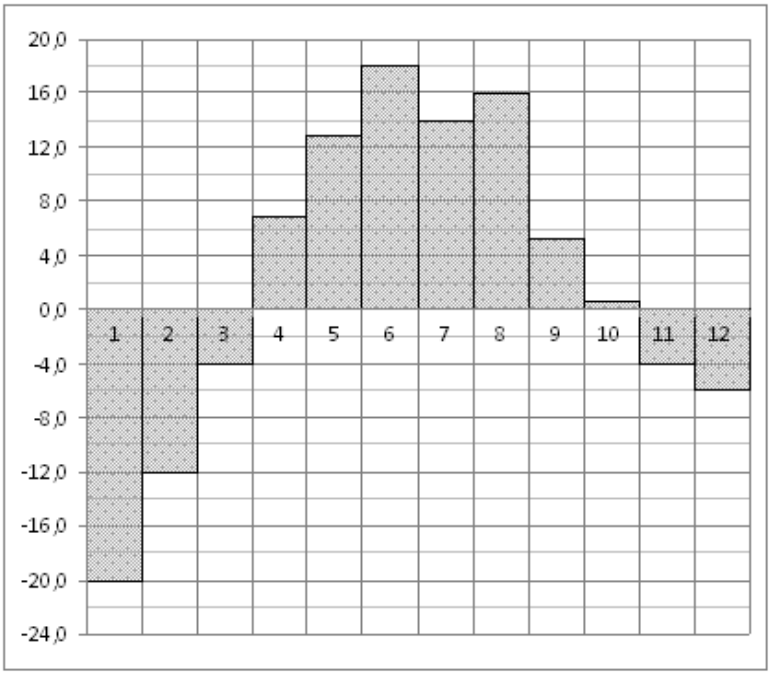
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Больному прописано лекарство, которое нужно принимать по 0,5 г 3 раза в день в течение 21 дня. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

Ответ: _____.

2 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, на сколько градусов Цельсия март был в среднем холоднее августа.



Ответ: _____.

© СтатГрад 2014−2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

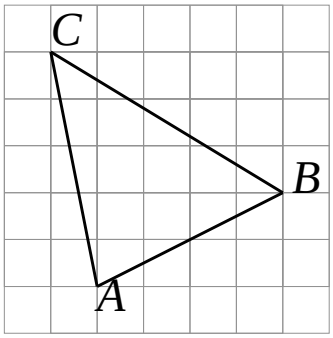
3 В магазине одежды объявлена акция: если покупатель приобретает товар на сумму свыше 10 000 руб., он получает сертификат на 1000 руб., который можно обменять в том же магазине на любой товар ценой не выше 1000 руб. Если покупатель участвует в акции, он теряет право возвратить товар в магазин. Покупатель И. хочет приобрести пиджак ценой 9350 руб., рубашку ценой 850 руб. и подтяжки ценой 950 руб. В каком случае И. заплатит за покупку меньше всего?

1) И. купит все три товара сразу.
2) И. купит сначала пиджак и рубашку, а подтяжки получит за сертификат.
3) И. купит сначала пиджак и подтяжки, а рубашку получит за сертификат.

В ответе запишите, сколько рублей заплатит И. за покупку в этом случае.

Ответ: _____.

4 Найдите медиану треугольника ABC, проведённую из вершины C, если стороны квадратных клеток равны 1.



Ответ: _____.

5 Какова вероятность того, что случайно выбранный телефонный номер оканчивается двумя чётными цифрами?

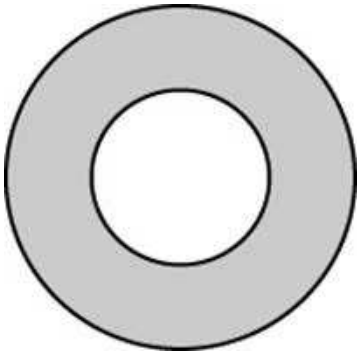
Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-6} = 4^{x}$.

Ответ: _____.

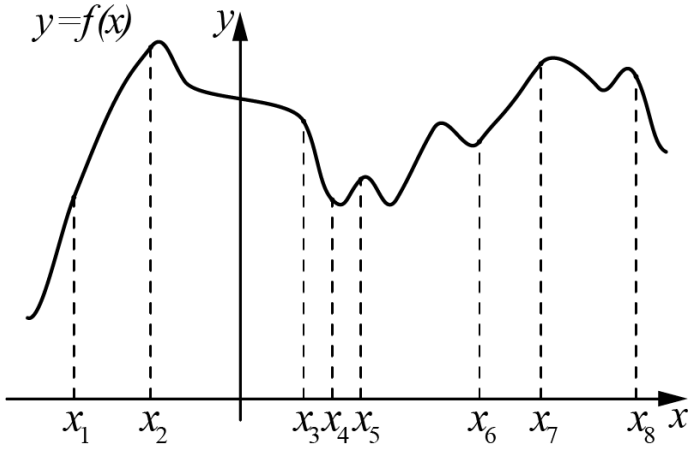
© СтатГрад 2014−2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

7 Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими окружностями, радиусы которых равны $\frac{9}{\sqrt{\pi}}$ и $\frac{5}{\sqrt{\pi}}$.



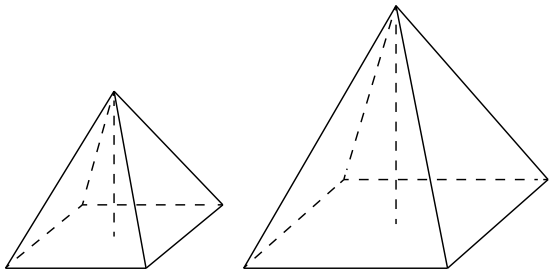
Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и восемь точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, …, x_8. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



Ответ: _____.

9 Даны две правильные четырёхугольные пирамиды. Объём первой пирамиды равен 16. У второй пирамиды высота в 2 раза больше, а сторона основания в 1,5 раза больше, чем у первой. Найдите объём второй пирамиды.



Ответ: _____.

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

Часть 2

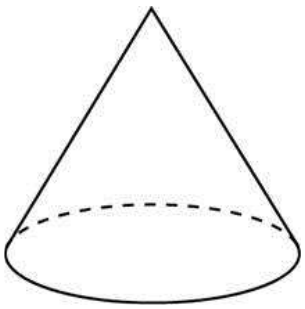
10 Найдите значение выражения $\dfrac{23}{\sin^2 56^\circ + \sin^2 146^\circ}$.

Ответ: _____.

11 Некоторая компания продаёт свою продукцию по цене $p = 600$ руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют $v = 300$ руб., постоянные расходы предприятия $f = 700\,000$ руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле $g(q) = q(p - v) - f$. Определите месячный объём производства q (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет равна 500 000 руб.

Ответ: _____.

12 Площадь боковой поверхности конуса в два раза больше площади основания. Найдите угол между образующей конуса и плоскостью основания. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

13 Из одной точки кольцевой дороги, длина которой равна 12 км, одновременно в одном направлении выехали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 101 км/ч, и через 20 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

14 Найдите наименьшее значение функции $y=-\frac{4}{x}-x$ на отрезке $[-2,5;-1]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

15 а) Решите уравнение $\sin 2x+2\sin^2 x=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi;-\frac{\pi}{2}\right]$.

16 На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ взята точка E так, что $A_1E=6EA$. Точка T — середина ребра B_1C_1. Известно, что $AB=4\sqrt{2}$, $AD=12$, $AA_1=14$.

а) Докажите, что плоскость ETD_1 делит ребро BB_1 в отношении 4:3.

б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью ETD_1.

17 Решите неравенство $\frac{81^x+2\cdot 25^{x\log_5 3}-5}{(4x-1)^2}\geq 0$.

18 В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны стороны $AC=15$, $BC=8$. Окружность радиуса $2,5$ с центром O на стороне BC проходит через вершину C. Вторая окружность касается катета AC, гипотенузы треугольника, а также внешним образом касается первой окружности.

а) Докажите, что радиус второй окружности меньше, чем $\frac{1}{4}$ длины катета AC.

б) Найдите радиус второй окружности.

© СтатГрад 2014−2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

19 Алексей приобрёл ценную бумагу за 7 тыс. рублей. Цена бумаги каждый год возрастает на 2 тыс. рублей. В любой момент Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 10 %. В течение какого года после покупки Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через тридцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?

20 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x-1)(x+2)\le 0, \\ 8x^2+8y^2-16a(x-y)+15a^2-48y-50a+72=0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

21 В роте два взвода, в первом взводе солдат меньше, чем во втором, но больше чем 50, а вместе солдат меньше чем 120. Командир знает, что роту можно построить по несколько человек в ряд так, что в каждом ряду будет одинаковое число солдат, большее 7, и при этом ни в каком ряду не будет солдат из двух разных взводов.

а) Сколько солдат в первом взводе и сколько во втором? Приведите хотя бы один пример.

б) Можно ли построить роту указанным способом по 11 солдат в одном ряду?

в) Сколько в роте может быть солдат?

© СтатГрад 2014−2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

Диагностическая работа
по подготовке к ЕГЭ

по МАТЕМАТИКЕ
13 февраля 2015 года 10-11 класс

Вариант MA00410
профильный уровень

Выполнена: ФИО_____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 5 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–14 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

© СтатГрад 2014−2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

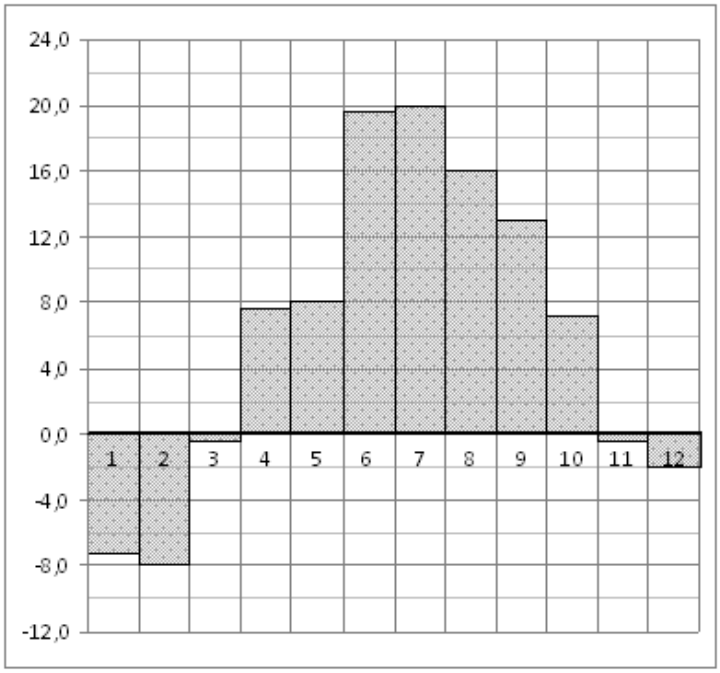
Часть 1

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Больному прописано лекарство, которое нужно принимать по 0,5 г 4 раза в день в течение 16 дней. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

Ответ: _____.

2 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, на сколько градусов Цельсия февраль был в среднем холоднее июля.



Ответ: _____.

© СтатГрад 2014−2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

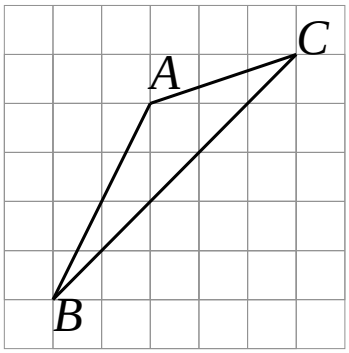
3 В магазине одежды объявлена акция: если покупатель приобретает товар на сумму свыше 10 000 руб., он получает сертификат на 1000 руб., который можно обменять в том же магазине на любой товар ценой не выше 1000 руб. Если покупатель участвует в акции, он теряет право возвратить товар в магазин. Покупатель И. хочет приобрести пиджак ценой 9600 руб., жилет ценой 720 руб. и перчатки ценой 820 руб. В каком случае И. заплатит за покупку меньше всего?

1) И. купит все три товара сразу.
2) И. купит сначала пиджак и жилет, а перчатки получит за сертификат.
3) И. купит сначала пиджак и перчатки, а жилет получит за сертификат.

В ответе запишите, сколько рублей заплатит И. за покупку в этом случае.

Ответ: _____.

4 Найдите медиану треугольника ABC, проведённую из вершины C, если стороны квадратных клеток равны 1.



Ответ: _____.

5 Какова вероятность того, что в случайно выбранном телефонном номере последняя цифра чётная, а предпоследняя — нечётная?

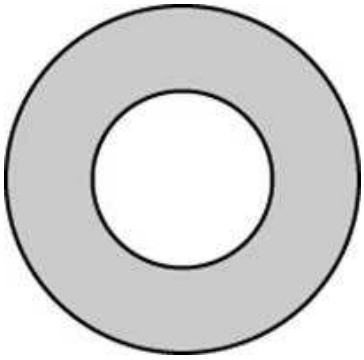
Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-4}=8^{x}$.

Ответ: _____.

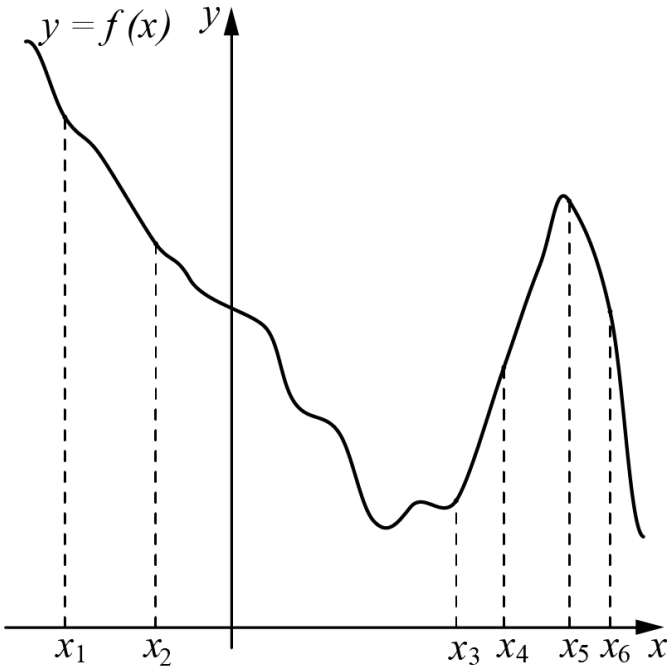
© СтатГрад 2014−2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

7 Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими окружностями, радиусы которых равны $\frac{4}{\sqrt{\pi}}$ и $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$.



Ответ: _____.

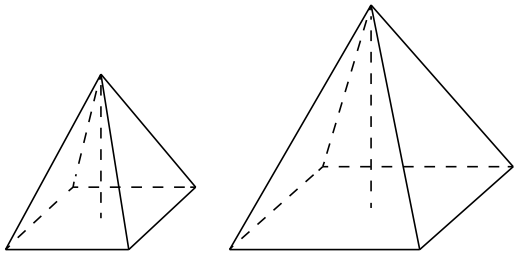
8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и шесть точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, ..., x_6$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



Ответ: _____.

© СтатГрад 2014−2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

9 Даны две правильные четырёхугольные пирамиды. Объём первой пирамиды равен 9. У второй пирамиды высота в 1,5 раза больше, а сторона основания в 2 раза больше, чем у первой. Найдите объём второй пирамиды.



Ответ: _____.

Часть 2

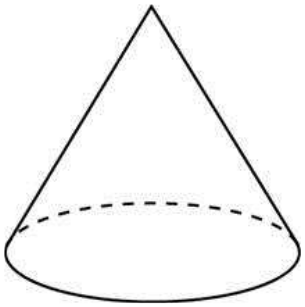
10 Найдите значение выражения $\dfrac{-4}{\sin^2 27^\circ + \sin^2 117^\circ}$.

Ответ: _____.

11 Некоторая компания продаёт свою продукцию по цене $p = 400$ руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют $v = 200$ руб., постоянные расходы предприятия $f = 600\,000$ руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле $g(q) = q(p - v) - f$. Определите месячный объём производства q (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет равна 900 000 руб.

Ответ: _____.

12 Площадь боковой поверхности конуса в $\sqrt{2}$ раз больше площади основания. Найдите угол между образующей конуса и плоскостью основания. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

© СтатГрад 2014–2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

13 Из одной точки кольцевой дороги, длина которой равна 22 км, одновременно в одном направлении выехали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 113 км/ч, и через 30 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

14 Найдите наименьшее значение функции $y=\frac{9}{x}+x$ на отрезке $[1;4,5]$.

Ответ: _____.

Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

15 а) Решите уравнение $2\sin^2 x-\sqrt{3}\sin 2x=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2};3\pi\right]$.

16 На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ взята точка E так, что $A_1E=4EA$. Точка T — середина ребра B_1C_1. Известно, что $AB=3\sqrt{2}$, $AD=16$, $AA_1=20$.

а) Докажите, что плоскость ETD_1 делит ребро BB_1 в отношении 3:2.

б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью ETD_1.

17 Решите неравенство $\frac{8\cdot 7^x-4^{x\log_2 7}-11}{(2x-1)^2}\geq 0$.

© СтатГрад 2014−2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена

18 В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны стороны $AC=12$, $BC=5$. Окружность радиуса $0{,}5$ с центром O на стороне BC проходит через вершину C. Вторая окружность касается катета AC, гипотенузы треугольника, а также внешним образом касается первой окружности.

а) Докажите, что радиус второй окружности меньше, чем $\frac{1}{5}$ длины катета AC.

б) Найдите радиус второй окружности.

19 Алексей приобрёл ценную бумагу за 8 тыс.рублей. Цена бумаги каждый год возрастает на 1 тыс. рублей. В любой момент Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 8 %. В течение какого года после покупки Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через двадцать пять лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?

20 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} y(y+1)\le 0, \\ 3x^2+3y^2-6a(x+y)+5a^2-6x+4a+3=0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

21 В роте два взвода, в первом взводе солдат меньше, чем во втором, но больше чем 46, а вместе солдат меньше чем 111. Командир знает, что роту можно построить по несколько человек в ряд так, что в каждом ряду будет одинаковое число солдат, большее 8, и при этом ни в каком ряду не будет солдат из двух разных взводов.

а) Сколько солдат в первом взводе и сколько во втором? Приведите хотя бы один пример.

б) Можно ли построить роту указанным способом по 13 солдат в одном ряду?

в) Сколько в роте может быть солдат?

© СтатГрад 2014−2015 уч. г. Публикация в Интернете или печатных изданиях без письменного согласия СтатГрад запрещена