

1) Для производственной функции $y = x \ln(x^3 + 1)$ найти эластичность $E_x(y)$ ресурса x и темп роста T объёма выпуска продукции при $x = 1$.

Эластичность функции $E_x(y) = \frac{x}{y} \cdot y'$;

темп изменения функции $T_x(y) = (\ln y)' = \frac{y'}{y}$.

Вычисляем производную $y' = (x \ln(x^3 + 1))' = \ln(x^3 + 1) + x \cdot \frac{1}{x^3 + 1} \cdot 3x^2 = \ln(x^3 + 1) + \frac{3x^3}{x^3 + 1}$.

В произвольной точке:

$$E_x(y) = \frac{x}{y} \cdot y' = \frac{1}{\ln(x^3 + 1)} \cdot \left(\ln(x^3 + 1) + \frac{3x^3}{x^3 + 1} \right) = 1 + \frac{3x^3}{(x^3 + 1) \cdot \ln(x^3 + 1)}$$

$$T_x(y) = \frac{y'}{y} = \frac{\ln(x^3 + 1) + \frac{3x^3}{x^3 + 1}}{x \ln(x^3 + 1)} = \frac{1}{x} + \frac{3x^2}{(x^3 + 1) \cdot \ln(x^3 + 1)}$$

При $x = 1$:

$$E_1(y) = 1 + \frac{3}{(1+1) \cdot \ln(1+1)} = 1 + \frac{3}{2 \cdot \ln 2} \approx 3,2$$

$$T_1(y) = \frac{1}{1} + \frac{3}{(1+1) \cdot \ln(1+1)} = 1 + \frac{3}{2 \cdot \ln 2} \approx 3,2$$

- в данном случае численно при $x = 1$ эластичность функции равна темпу изменения функции. Но это равенство абстрактно, т.к. и по смыслу и по размерности эти величины разной природы (несопоставимы):

- эластичность безразмерна; в данном случае, эластичность объёма выпуска y относительно ресурса x характеризует влияние запасов ресурса на объём выпуска продукции; это коэффициент, показывающий приближённо относительное изменение объёма выпуска продукции при изменении запаса ресурса на 1%;
- темп изменения функции - величина, имеющая в этом случае размерность, обратную размерности измерения ресурса x .