



# ЗАДАЧИ МЕЖДУНАРОДНОГО «Кенгуру»



2005

9 10 классы

Задачи, оцениваемые в 3 балла

24. Гусеница выползла из домика в полдень и ползет по луку, поворачивая каждые час на  $90^\circ$  направо или налево. За первый час она про-  
шла 1 м, за второй – 2 м, и т.д. На каком наименьшем расстоянии от  
домика она могла оказаться в 10 часов вечера?

- (A) 1 м (B)  $\sqrt{5}$  м (C) 2 м (D)  $\sqrt{61}$  м

25. По определению,  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ . Какой сомножитель нужно  
из произведения  $2! \cdot 3! \cdot 4! \cdot \dots \cdot 100!$ , чтобы оставшееся  
произведение стало квадратом некоторого натурального числа?

- (A) 13! (B) 42! (C) 47! (D) 50! (E) это невозможно

26. Каждая парабола  $y = ax^2 + bx + c$  разбивает плоскость на две части. Если  
точки попадают в разные части, то будем говорить, что парабола  
эти точки разделяет. Какие две точки не могут быть разделены никакой  
параболой  $y = ax^2 + x, a > 0$ ?

- (A) (1; 1) и (1; -1) (B) (-1; 0) и (1; 0) (C) (-8; 0) и (-1; 0)  
(D) (3; 0) и (5; 0) (E) все пары A – D могут быть разделены

27. На белой клетчатой доске 10x10 Вано закрасил 10 клеток синим цветом,  
несколько других клеток – красным цветом. Оказалось, что никакие  
клетки красного и синего цвета не имеют общей стороны. Какое  
наименьшее число клеток могли остаться незакрашенными?

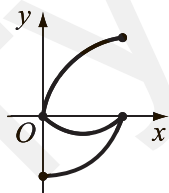
- (A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 3

28. Про набор чисел  $a + 2, -\frac{2}{a}b, a^2$  известно, что два из этих чисел рав-  
ны, а еще одно ровно вдвое больше их. Тогда

- (A)  $a + 2 = -\frac{2}{a}$  (B)  $-\frac{2}{a} = 6$  (C)  $-\frac{2}{a} = a^2$   
(D)  $a^2 = a$  (E) это невозможно

29. На картинке изображены графики функций  $f(x), g(x)$   
и еще одной. Какой?

- (A)  $f(x) + g(x)$  (B)  $f(x) - g(x)$  (C)  $f(x) \cdot g(x)$   
(D)  $\frac{f(x)}{g(x)}$  (E)  $-f(x) \cdot g(x)$

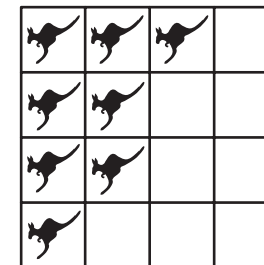


30. Найди угол в равностороннем треугольнике, в котором центры вписанной и опи-  
с circumscribed окружностей симметричны относительно некоторой стороны  
треугольника.

- (A)  $0^\circ$  (B)  $108^\circ$  (C)  $120^\circ$  (D)  $136^\circ$  (E)  $150^\circ$

ответьте на решение задач, — 75 минут!

1. Сначала восемь кенгуру сидели так, как показа-  
но на рисунке. Потом некоторые из них пере-  
шли на свободные квадратики так, что в  
каждой строке и в каждом столбце оказалось ров-  
но два кенгуру. Какое наибольшее количество  
кенгуру могли остаться на своих  
местах?



- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

2.  $\sqrt[3]{x \cdot x}$  равно

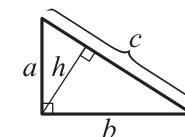
- (A)  $x^{\frac{2}{3}}$  (B)  $x^{\frac{1}{6}}$  (C)  $x^{\frac{1}{3}}$  (D)  $x^{\frac{1}{2}}$  (E)  $x^{\frac{5}{6}}$

3. В концерте участвовали 4 солиста, 3 дуэта, 2 трио и 1 квартет. Сколько  
человек участвовало в концерте?

- (A) 10 (B) 16 (C) 20 (D) 24 (E) 30

4. В прямоугольном треугольнике с катетами  $a$  и  $b$  на  
гипотенузу  $c$  опущена высота  $h$ . Какое соотношение  
обязательно  
верно?

- (A)  $ab = h^2$  (B)  $a + b = c + h$  (C)  $bh = ac$   
(D)  $ch = ab$  (E) ни одно из указанных



5. Сотрудники фирмы «Бурундук» уходят в отпуск на целый месяц, если  
месяц начинается и кончается одним и тем же днем недели.  
Сколько сотрудников будут отдыхать сотрудники фирмы с 1 января 2005  
по 31 декабря 2015 года?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 11 (E) 132

6. Какое из следующих чисел является кубом натурального числа?

- (A)  $6,4 \cdot 10^{11}$  (B)  $6,4 \cdot 10^{13}$  (C)  $6,4 \cdot 10^{14}$  (D)  $6,4 \cdot 10^{15}$  (E)  $6,4 \cdot 10^{18}$

7. С полуночи до полудня Ученый Кот рассказывает сказки, а с полудня до  
— спит под луной. На дубе том висит плакат: «Два часа назад  
декал то же самое, что будет делать через час». В какой из указан-  
ных моментов времени надпись на плакате верна?

- (A) 1 : 30 (B) 23 : 30 (C) 0 : 30 (D) 22 : 30 (E) 13 : 30

8. Пусть  $x > 1$  и  $0 < y < 1$ . Какое из следующих чисел самое маленькое?

- (A)  $xy$  (B)  $\frac{x}{y}$  (C)  $\frac{y}{x}$  (D)  $\frac{x^2}{y^2}$  (E)  $\frac{y^2}{x^2}$

9. Каждый из двух согнутых кусков проволоки состоит из 8 участков длины 1. Один кусок наложили на другой так, что они совпали. Какова наибольшая длина их объединения?



- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

10. Пусть  $A = \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta$ ,  $B = \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta$ . Какой из вариантов возможен?

- (A)  $A = 1, B = \frac{3}{2}$  (B)  $A = \frac{3}{4}, B = \frac{5}{4}$  (C)  $A = \frac{3}{2}, B = \frac{4}{3}$   
 (D)  $A = 2, B = 2$  (E) никакой из перечисленных

**Задачи, оцениваемые в 4 балла**

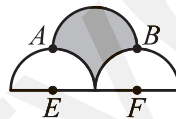
11. Если  $x$  – квадрат натурального числа, то следующий квадрат натурального числа это

- (A)  $x + 1$  (B)  $x^2 + 1$  (C)  $x^2 + 2x + 1$  (D)  $x^2 + x$  (E)  $x + 2\sqrt{x} + 1$

12. Жан-Кристоф продолжает изучать русский язык. Он выписывает подряд числа слова *математик*, пока не напишет первое число, в написании которого участвуют все буквы слова «число». Чему равна цифра *улыба*, на котором Жан-Кристоф остановится?

- (A) 5 (B) 8 (C) 9 (D) 11 (E) 30

13. На рисунке изображены три полуокружности радиуса 2. Точки  $A$  и  $B$  расположены в точности над центрами  $E$  и  $F$  двух полуокружностей. Чему равна площадь закрашенной области?

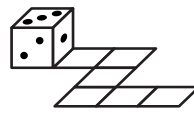


- (A)  $2\pi$  (B) 7 (C)  $2\pi + 1$  (D) 8 (E)  $2\pi + 2$

14. Числа  $a$  и  $b$  таковы, что  $4 \leq a \leq 6$ ,  $1 \leq b \leq 6$ . Какое из следующих чисел меньше 9? обязательно

- (A)  $2a - 3b$  (B)  $a + 2b$  (C) 3 (D)  $a - b$  (E)  $13b - a$

15. Игральный кубик, сумма очков на противоположных гранях которого равна 7, прокатили по клетчатой дорожке. Начальное положение кубика и дорожка изображены на рисунке. Сколько очков оказалось на грани кубика в конце пути?



- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

16. Если многоугольник (возможно, невыпуклый) составлен из 8 одинаковых треугольников, то он не может быть

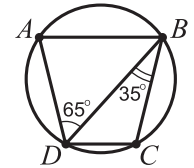
- (A) семиугольником (B) шестиугольником (C) трапецией  
 (D) ромбом (E) треугольником

17. Пусть  $p$  – наименьшее простое число, которое равно сумме трех различных простых чисел:  $p = p_1 + p_2 + p_3$ . Тогда произведение  $p_1 \cdot p_2 \cdot p_3$  равно

- (A) 30 (B) 165 (C) 105 (D) 231 (E) 385

18. Трапеция  $ABCD$  с основанием  $AB$  вписана в окружность. Угол  $ADB$  равен  $65^\circ$ , а угол  $DBC$  равен  $35^\circ$ . Тогда угол  $A$  равен

- (A)  $70^\circ$  (B)  $75^\circ$  (C)  $80^\circ$  (D)  $105^\circ$   
 (E) невозможно определить



19. Имеется набор гирь, в котором самая тяжелая гиря в 5 раз тяжелее средней из всех гирь. Чему не может равняться количество гирь в наборе?

- (A) 15 (B) 11 (C) 8 (D) 6 (E) 4

20. Каждая пара вершин куба соединена отрезком. Сколько различных средних отрезков?

- (A) 8 (B) 12 (C) 18 (D) 19 (E) 28

**Задачи, оцениваемые в 5 баллов**

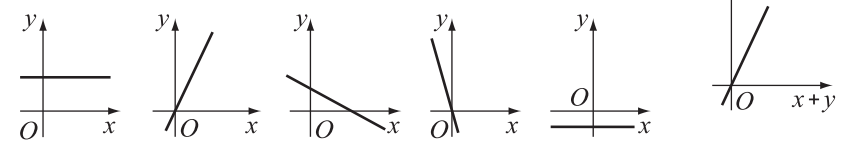
21. Пусть  $S$  – площадь поверхности Земли, а  $S_0$  – площадь той ее части, которая ближе к Петербургу, чем к центру Земли. Тогда

- (A)  $\frac{S_0}{S} > \frac{1}{2}$  (B)  $\frac{S_0}{S} = \frac{1}{2}$  (C)  $\frac{1}{3} < \frac{S_0}{S} < \frac{1}{2}$   
 (D)  $\frac{S_0}{S} = \frac{1}{3}$  (E)  $\frac{S_0}{S} < \frac{1}{3}$

22. Сколько существует треугольников, у которых одна из сторон равна 3 см, а другой угол равен  $10^\circ$ ?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

23. На чертеже справа показана зависимость  $y - x$  от  $y + x$ . На каком из графиков изображена зависимость  $y$  от  $x$ ?



- (A) (B) (C) (D) (E)