

## Часть 1

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 57

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение заданий варианта КИМ по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 11 заданий (задания В11–В15 и С1–С6) базового, повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С6 требуется записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, как они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

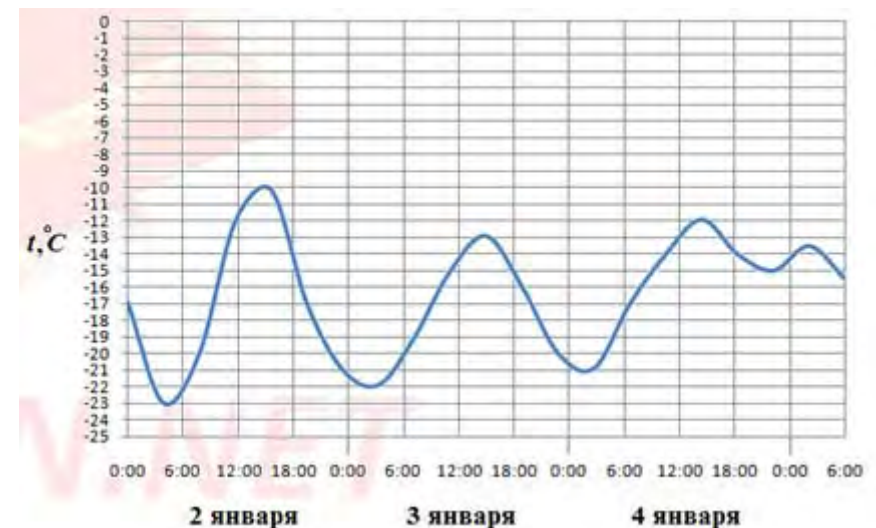
С Новым Годом!

*Ответом к заданиям этой части (В1–В10) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.*

**В1** Сани Деда Мороза развивают скорость 45 км/ч, а сани Санта Клауса 31 миль/час. На сколько км/ч скорость Деда мороза меньше, чем скорость Санта Клауса? (считайте, что в 1 км 0,62 мили)

**В2** Для приготовления рождественского пирога на 6 человек по рецепту нужно взять  $\frac{3}{14}$  фунта чернослива. Сколько граммов чернослива следует взять для пирога, рассчитанного на 21 человека? Считайте, что 1 фунт равен 0,4 кг.

**В3** На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток в Великом Устюге в январе 1999 года. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между наименьшей и наибольшей температурами 3 января. Ответ дайте в градусах Цельсия.



**В4** В таблице даны тарифы на услуги трёх фирм такси. В Новогоднюю ночь на услуги такси вводится повышающий коэффициент. Предполагается поездка длительностью 60 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость минимальной поездки	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки	Повышающий коэффициент
А	200 руб.	Нет	12 руб.	1,75
Б	Бесплатно	15 мин. — 300 руб.	19 руб.	1,4
В	180 руб.	10 мин. — 200 руб.	15 руб.	1,5

**В5** Маша вырезает флажки для новогодней гирлянды на клетчатой бумаге. Какое наибольшее количество целых флажков можно разместить на листе клетчатой бумаги размером 7 клеток на 12 клеток, если форма флажка показана на рисунке.

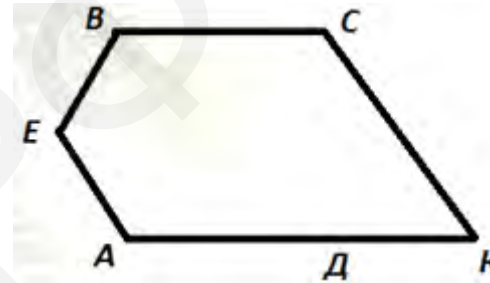


**В6** На фирме три Деда Мороза. Каждый из них занят на раздаче подарков с вероятностью 0,8. Найти вероятность, что в случайный момент времени все Дед Морозы свободны.

**В7** Маша на Новый год ждет в гости друзей. Сколько гостей будет у Маши подскажет меньший корень уравнения.

$$\frac{x^2 - 2x}{x - 3} = 11 + \frac{3x - 6}{x - 3}$$

**В8** Пункты А, В, С, Д расположены в вершинах прямоугольника. Сначала у Деда Мороза был запланирован маршрут ABCDA, но он немного изменил свои планы, решил заехать в пункт Е, равноудаленный от А и В, и посетить пункт К, находящийся на одной прямой с пунктами А и Д. Чему будет равен его путь по маршруту АЕВСКДА, если расстояние ВС=8 км, СК=22 км, угол СКД=60°, а угол АЕВ=120°. Схема маршрута на рисунке. Ответ дайте в километрах.



**В9** Пете подарили на Новый год радиоуправляемую машину. Известно, что она может двигаться прямолинейно по закону  $x(t) = t^2 - 13t + 23$ , где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость будет равна 3 м/с?

**В10** Пятачок приготовил подарок Винни-Пуху на рождество. Полную банку душистого меда. Банка имеет цилиндрическую форму. Через некоторое время Пятачок решил перелить мед в другую цилиндрическую банку, диаметр которой в два раза больше, а высота в пять раз меньше. На сколько % меньше меда получит Винни-Пух в этом случае?

## Часть 2

*Ответом к заданиям этой части (В11–В15) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.*

**В11** Снегурочке захотелось узнать сколько подарков лежат в мешке Деда Мороза. Дедушка предложил ей найти значение выражения:  $(5^{\log_3 7})^{\log_5 3}$  полученный ответ укажет на количество подарков.

**B12** На каникулах запланирована игра «Снежный бой» между двумя командами: «Снеговики» и «Сосульки». Команда «Снеговики», узнав что команда «Сосульки» уже построила снежную крепость высотой 2 метра, взяла себе в команду отличника физика Васю, который построил для них машину для метания снежков.

Машина выстреливает снежки под некоторым острым углом к горизонту. Траектория

полета снежка описывается формулой  $y = ax^2 + bx$ , где  $a = -\frac{1}{600} \text{ м}^{-1}$ ,  $b = \frac{11}{60}$

постоянные параметры,  $x$  (м) — смещение снежка по горизонтали,  $y$  (м) — высота снежка над землей. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от снежной крепости нужно расположить машину, чтобы снежки пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

**B13** Дети слепили снеговика традиционно состоящего из трех снежных шаров, причем на самую нижнюю часть радиусом 46см ушло 128 кг снега, диаметр каждого последующего шара в одно и то же число раз меньше предыдущего, на голову снеговика ушло всего 2 кг снега. Какой высоты получился снеговик?

**B14** Между деревнями А и В расположена гора, расстояние между А и В через вершину горы равно 1,4 км. Два друга из этих деревень любят зимой встречаться на вершине горы. Одновременно они начинают спуск с горы на санках, но каждый только в сторону своей деревни. Скорость спуска у них одинаковая, а скорость подъема у мальчика из деревни А в два раза больше, чем у мальчика из деревни В. На вершину горы они возвращаются одновременно. Найти расстояние от деревни А до вершины горы, если скорость спуска с горы у мальчика из деревни В в 4 раза больше скорости его подъема в гору. Ответ дайте в метрах.

**B15** Наибольшее значение функции  $3x^5 - 20x^3 + 17$  на отрезке  $[-9;1]$  покажет сколько лет самому старшему Деду Морозу. В ответ запишите это число.

*Навстречу нам, раскрыв объятия, летит грядущий год.  
Что за задачи нам для счастья с собою он несет?*

**C1** а) Решите уравнение  $24\text{tg}^2x - 9\sin^2x = 2$ .

б) Найдите сумму корней этого уравнения,

принадлежащие промежутку  $\left(\frac{3\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}\right)$ .

**C2** У Северного полюса, на острове Шпицберген в чертогах Снежной королевы хранился небывалой красоты ледяной алмаз в форме тетраэдра  $SABC$ .

В Новогоднюю ночь злой тролль похитил часть алмаза и эта часть имеет форму тетраэдра  $SAKM$ , а его верные ученики и от оставшейся части взяли себе кусок и тоже в форме тетраэдра  $KABC$ . Снежной королеве осталась часть алмаза и она имеет форму тетраэдра  $CAKM$ . Какую часть первоначального алмаза оставили Снежной королеве Тролль и ученики? В треугольнике  $ABC$  угол  $B=90^\circ$ ,  $AB=3$ ,  $BC=4$ ,  $AS$  перпендикулярно плоскости  $ABC$ ,  $AS=4$ ,  $AK$  перпендикулярно  $SB$ ,  $AM$  перпендикулярно  $SC$ .

**C3** Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 16^{3-2x} \cdot 0,25 < \left(\frac{32}{\sqrt{2}}\right)^{4-2x}, \\ \log_2^2(x-6)^2 + \log_2 \frac{(x-6)^4}{(x-4)^3} - 3\log_{\frac{1}{2}}(x-4) \leq 15. \end{cases}$$

**C4** Дан квадрат  $ABCD$  со стороной 7. На сторонах  $BC$  и  $CD$  даны точки  $M$  и  $N$  такие, что периметр треугольника  $CMN$  равен 14.

а) Докажите, что  $B$  и  $D$  — точки касания вневписанной окружности треугольника  $CMN$ , а ее центр находится в вершине  $A$  квадрата  $ABCD$ .

б) Найдите угол  $MAN$ .

**C5** Найти все значения  $x$ , удовлетворяющие неравенству

$$(a+2)x^3 - (1+2a)x^2 - 6x + (a^2 + 4a - 5) > 0$$

хотя бы при одном значении  $a$ , принадлежащем отрезку  $[-2;1]$

*уже под елкой ждут подарки,  
идут приготовления.  
а ты реши-ка для зарядки  
вот это уравнение!*

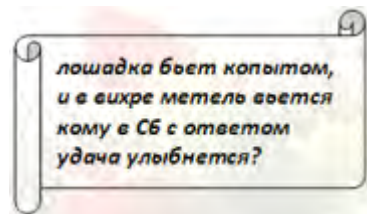
*геометрической задачи  
совсем не стоит опасаться.  
раз, два, готово! это значит,  
можно и дальше отправляться*

*узор на окнах виртуозно  
рисует снежная зима.  
тебя ждет, друг, пока не поздно,  
тренировка для ума!*

*скоро стол будет накрыт.  
снежинки в воздухе кружатся...  
тот С4 победит,  
кто сможет сильно постараться!*

*волшебный праздник к нам спешит,  
совсем недолго ждать.  
ну а пока, коль время есть,  
предложим вам С5.*

**С6** Даны  $N$  синих и  $N$  красных палочек, причем сумма длин синих палочек равна сумме длин красных. Известно, что из синих палочек можно сложить  $N$ -угольник, и из красных — тоже. Всегда ли можно выбрать одну синюю и одну красную палочки и перекрасить их (синюю — в красный цвет, а красную — в синий) так, что снова из синих палочек можно будет сложить  $N$ -угольник, и из красных — тоже?



Решите задачу

- а) для  $N = 3$ ;
- б) для произвольного натурального  $N > 3$ .

*В варианте использованы материалы, присланные пользователями alexlarin.net и alexlarin.com, пожелавшими остаться неизвестными.*

*Огромное спасибо за вариант и с Новым Годом!*

*Всем удачи, счастья и исполнения желаний в новом году!*