

Комбинаторика многогранников, занятие №1

Уважаемый участник программы «Математика в Сербии», в июне-июле 2017 года нам предстоит знакомство с новым разделом математики, который сформировался только в XX веке. Речь идёт о комбинаторной геометрии. Данный курс является вводным, для решения серьёзных задач необходимо больше времени.

Если ты любишь решать задачи повышенной сложности, то вероятнее всего уже слышал о геометрии и комбинаторике, которые давно представляют собой самостоятельные области для изучения. Возможно, ты уже закончил 7 или 8 класс и в школе познакомился с основными геометрическими понятиями. Тогда знаешь, что на уроках геометрии важно научиться доказывать свою точку зрения. Вперёд! 😊

Мы забегаем по школьной программе в старшие классы, некоторые из предложенных в рамках данного курса задач ты сможешь найти на сайте <http://problems.ru> с пометкой “для 10-11 классов”. Надо сказать, что в школе три года учат планиметрию (геометрию на плоскости) и только в 10-11 классах приступают к стереометрии. Мы изменим этот порядок, предлагаю первое задание:

1. Составь все правильные многогранники. Докажи, что найдены действительно все.

Теоретический блок:

- Многогранником называется объёмное тело, составленное из многоугольников.
- Многоугольник – это замкнутая ломаная.
- Правильным многогранником называют, если все его грани являются равными правильными многоугольниками и в каждой вершине сходится одинаковое количество рёбер.
- Правильный многоугольник – это такой многоугольник, у которого стороны и углы равны.

2. Заполни таблицу с количеством вершин, рёбер, граней правильных многогранников. Найди закономерности в полученных числах.

Теоретический блок:

- Двойственность многогранников по миниатюрам <http://etudes.ru>.
- Сформулируй определение самодвойственности.
- Теорема Эйлера на примере правильных многогранников.
- Границы применимости теоремы Эйлера.

3. Чему равна сумма площадей всех различных прямоугольников, которые можно составить из 12 квадратов (не обязательно использовать все квадраты), если сторона каждого квадрата равна 1см.

4. Сколько всего существует двузначных чисел? Сколько четырёхзначных? Сколько четырёхзначных чисел в двоичной, троичной и пятеричной системах счисления?

Теоретический блок:

- Простейшие комбинаторные задачи можно решать перебором вариантов.
- Для наглядности можно чертить или представлять мысленно дерево возможностей.
- Правило суммы для анализа нескольких случаев в рамках одной задачи.
- Правило произведения как общий метод решения комбинаторных задач.

ДОПОЛНИТЕЛЬНО. Сколько в наборе различных доминошек? Сколько разных путей хромого короля на шахматной доске из $e5$ в $h8$? Из $a1$ в $h8$? Разбор игры “Can’t stop”.