

## Всесибирская олимпиада школьников 2018-2019 г.г. по математике

### Третий этап

#### 8 класс

Время выполнения задания 4 астрономических часа

Каждая задача оценивается в 7 баллов.

**8.1.** Юра задумал четыре числа и выписал на доску все их попарные суммы. Когда Юра отвернулся, Сева стёр одну из сумм, после чего на доске остались написаны числа 19, 21, 22, 26 и 28. Какое число было стёрто?

**8.2.** Про число  $N$  известно, что оно равно произведению десяти простых чисел (не обязательно различных). Кроме того, оказалось, что если каждый из этих десяти множителей увеличить на единицу, то полученное произведение будет делиться на  $N$ . Чему может быть равно  $N$ ?

**8.3.** Про  $n > 2$  точек на плоскости известно, что любые три из них можно накрыть треугольником площади не более  $1 \text{ см}^2$  (разные тройки, возможно, разными треугольниками). Докажите, что все точки можно одновременно накрыть треугольником площади не более  $4 \text{ см}^2$ .

**8.4.** В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  известно, что  $AD = BC$  и  $\angle ADB + \angle ACB = \angle CAB + \angle DBA = 30^\circ$ . Докажите, что из отрезков  $DB$ ,  $CA$  и  $DC$  можно составить прямоугольный треугольник.

**8.5.** Пусть  $m$  и  $n$  – нечётные натуральные числа. Каждую клетку таблицы из  $m$  строк и  $n$  столбцов покрасили в жёлтый или синий цвет. Назовём строку в этой таблице *желтоватой*, если в ней больше жёлтых клеток, чем синих. Назовём столбец *синеватым*, если в нём больше синих клеток, чем жёлтых. Чему равно наибольшее возможное общее количество желтоватых строк и синеватых столбцов?

## Всесибирская олимпиада школьников 2018-2019 г.г. по математике

### Третий этап

#### 8 класс

Время выполнения задания 4 астрономических часа

Каждая задача оценивается в 7 баллов.

**8.1.** Юра задумал четыре числа и выписал на доску все их попарные суммы. Когда Юра отвернулся, Сева стёр одну из сумм, после чего на доске остались написаны числа 19, 21, 22, 26 и 28. Какое число было стёрто?

**8.2.** Про число  $N$  известно, что оно равно произведению десяти простых чисел (не обязательно различных). Кроме того, оказалось, что если каждый из этих десяти множителей увеличить на единицу, то полученное произведение будет делиться на  $N$ . Чему может быть равно  $N$ ?

**8.3.** Про  $n > 2$  точек на плоскости известно, что любые три из них можно накрыть треугольником площади не более  $1 \text{ см}^2$  (разные тройки, возможно, разными треугольниками). Докажите, что все точки можно одновременно накрыть треугольником площади не более  $4 \text{ см}^2$ .

**8.4.** В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  известно, что  $AD = BC$  и  $\angle ADB + \angle ACB = \angle CAB + \angle DBA = 30^\circ$ . Докажите, что из отрезков  $DB$ ,  $CA$  и  $DC$  можно составить прямоугольный треугольник.

**8.5.** Пусть  $m$  и  $n$  – нечётные натуральные числа. Каждую клетку таблицы из  $m$  строк и  $n$  столбцов покрасили в жёлтый или синий цвет. Назовём строку в этой таблице *желтоватой*, если в ней больше жёлтых клеток, чем синих. Назовём столбец *синеватым*, если в нём больше синих клеток, чем жёлтых. Чему равно наибольшее возможное общее количество желтоватых строк и синеватых столбцов?