

### 10-11 классы

1. Найдите наименьший натуральный корень уравнения  $2 \sin \frac{\pi x}{12} + 4 \cos \frac{\pi x}{6} = 3$ .

2.  $x = 1$  является одним из корней уравнения  $a|x-5|+2a=9$  ( $a$  – параметр), найдите другой корень этого уравнения.

3. Определите все точки графика функции  $y = \frac{16+4x^2}{x^2}$ , имеющие целочисленные координаты и лежащие выше прямой  $y = 5$ .

4. Точка пересечения диагоналей трапеции делит диагональ в отношении  $2 : 3$ . Трапеция разделена диагоналями на четыре части, найдите отношение площади наименьшей из получившихся частей к площади всей трапеции.

5. Определите количество натуральных решений  $(x; y)$  уравнения  $x \cdot y + y = 2x + 2018$ .

6. В квадрат  $ABCD$  вписан круг. В каждом из углов  $ABC, BCD, CDA, DAB$  квадрата размещена система бесконечного числа кругов. Первый из кругов каждой системы касается круга, вписанного в квадрат, и сторон соответствующего угла, каждый следующий касается предыдущего и сторон соответствующего угла. Найдите отношение суммы площадей всех кругов, в том числе вписанного в квадрат, к площади квадрата.

7. Решите относительно переменной  $x$ , для всех значений параметра  $a$ , систему неравенств

$$\begin{cases} 2x^2 - 6x + 4 - a \leq 0; \\ x^2 - 6x + 5 + a < 0. \end{cases}$$

8. В стране Липляндия 10 000 городов. Некоторые города соединены дорогами, причем вне городов дороги не пересекаются. Из каждого города в каждый можно добраться одним единственным способом, причем проехав при этом менее чем через 2016 городов. Какое минимальное число дорог между некоторыми парами городов нужно построить, чтобы из каждого города в каждый можно было гарантированно добраться, проехав при этом не более чем через 2014 городов? Вновь построенные дороги также вне городов не пересекаются.