Президентский физико-математический лицей №239
Рейтинговая работа для поступающих в восьмой класс, I вариант
Санкт-Петербург, 15.04.2018

Эту таблицу заполнять не нужно!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ

Данные о поступающем (пишите, пожалуйста, разборчиво):

Фамилия _____

Имя, Отчество (полностью) _____

Школа, класс _____

Телефон _____

Решать задачи можно в любом порядке. По истечении 120 минут нужно сдать: 1) этот подписанный лист с заполненной таблицей ответов, которая находится сразу под условиями задач; 2) подписанную тетрадь с решениями (к каждой задаче нужно привести решение, а не просто ответ).

1. Пусть $A = 3\frac{23}{38} + 2\frac{35}{38} : \left(24{,}175 - 28\frac{4}{5}\right)$, $P = 856 \cdot 858 - 859 \cdot 855$, $K = 2\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{2}{27} + \frac{2}{81} + \frac{1}{243}$. Определите, какое из этих чисел самое большое: A, P или K.

2. Пусть n — некоторое натуральное число. Упростите: $(3^{3n+1} - 4 \cdot 3^{3n+2})(7 \cdot 2^n + 2^{n+1}) : 54^{n+1}$.

3. Решите уравнение: $5(x+2) - (2-3x)^3 = (3x-1)(9x^2+3x+1) - (2x-1)(27x-1)$.

4. Найдите все значения m, при каждом из которых прямая $y = (2m+1)x + 1 - 4m$ проходит через точку пересечения прямых $y = \frac{x}{3} - 8{,}5$ и $y = -6x + 20$.

5. Упростите: $\left(1 - \frac{3}{2-a}\right)^2 + \left(\frac{2a+1}{a^2-6a+5} - \frac{11}{4a-20}\right) : \frac{a^2-4a+4}{4a^2-4}$.

6. Точка K лежит на отрезке AB, а точка M — на отрезке BC. Отрезки AM и CK пересекаются в точке P. Оказалось, что $\angle ABC = 37°$, $\angle BAM : \angle CAM = 4:7$, $\angle ACK : \angle BCK = 7:4$. Найдите величину угла APC.

7. У Васи есть своя коллекция фантиков, у Пети — своя. Как-то раз они решили поменяться фантиками. Сначала Вася отдал Пете 10% своих фантиков. Затем Петя перемешал свою новую коллекцию, выбрал 10% фантиков и отдал их Васе, который с изумлением обнаружил, что теперь у него стало сколько же фантиков, сколько было сначала. Наконец, Вася передал Пете 36% фантиков. Определите, во сколько раз увеличилось число фантиков в коллекции Пети после всех обменов.

8. Два зайца и пять кроликов съедают тарелку моркови за восемь секунд, а семь зайцев и четыре кролика съедают такую же тарелку моркови за четыре секунды. Определите, за сколько секунд с этим же количеством моркови справятся заяц и два кролика (все зайцы едят одинаково быстро, все кролики — тоже).

9. У Васи есть мишень для игры в "Дартс", в которой есть два центральных сектора (синий и черный) и 20 наружных секторов, пронумерованных числами от 1 до 20. За попадание в синий центральный сектор игрок получает 25 очков, за попадание в черный центральный сектор — 50 очков. За попадание в наружный сектор игрок получает количество очков, равное номеру этого сектора, при этом в каждом из наружных секторов есть зоны удвоения и утроения, которые, соответственно, удваивают или утраивают номинал сектора. Например, за попадание в сектор 7 (не в зоны удвоения или утроения) игрок получает 7 очков, за попадание в зону удвоения сектора 7 игрок получает 14 очков, а за попадание в зону утроения сектора 7 — 21 очко. В центральных секторах зон удвоения и утроения нет. Вася хочет за несколько бросков набрать ровно 881 очко. Какое наименьшее количество бросков ему потребуется для этого?

10. Точка M — середина стороны AC треугольника ABC, в котором $\angle B = 90°$, $\angle A = 30°$. На стороне AB отмечена такая точка D, что $AD = BC$. Пусть DP — высота треугольника MBD. Докажите, что удвоенный периметр треугольника MDP больше периметра треугольника MDB.

А это таблица ответов. Ее нужно заполнить.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Президентский физико-математический лицей №239
Рейтинговая работа для поступающих в восьмой класс, II вариант
Санкт-Петербург, 15.04.2018

Эту таблицу заполнять не нужно!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ

Данные о поступающем (пишите, пожалуйста, разборчиво):

Фамилия _____

Имя, Отчество (полностью) _____

Школа, класс _____

Телефон _____

Решать задачи можно в любом порядке. По истечении 120 минут нужно сдать: 1) этот подписанный лист с заполненной таблицей ответов, которая находится сразу под условиями задач; 2) подписанную тетрадь с решениями (к каждой задаче нужно привести решение, а не просто ответ).

1. Пусть $B = 5\frac{23}{34} + 3\frac{27}{34} : \left(23{,}225 - 28\frac{3}{5}\right)$, $Q = 768 \cdot 764 - 769 \cdot 763$, $M = 4\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{2}{27} + \frac{1}{81} + \frac{2}{243}$. Определите, какое из этих чисел самое большое: B, Q или M.

2. Пусть n — некоторое натуральное число. Упростите: $(2^{3n+1} - 11 \cdot 2^{3n+2})(3 \cdot 7^n + 7^{n+1}) : 56^{n+1}$.

3. Решите уравнение: $9(4 - x) - (3 - 2x)^3 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) - (3x - 2)(12x - 1)$.

4. Найдите все значения t, при каждом из которых прямая $y = (2t - 1)x + 9{,}5 - 5t$ проходит через точку пересечения прямых $y = \frac{x}{3} - 6{,}5$ и $y = -4x + 26$.

5. Упростите: $\left(1 - \frac{5}{3 - b}\right)^2 + \left(\frac{2b + 1}{b^2 - 6b + 8} - \frac{9}{2b - 8}\right) : \frac{b^2 - 6b + 9}{2b^2 - 8}$.

6. Точка M лежит на отрезке AC, а точка P — на отрезке BC. Отрезки AP и BM пересекаются в точке K. Оказалось, что $\angle ACB = 26°$, $\angle CAP : \angle BAP = 5 : 6$, $\angle ABM : \angle CBM = 6 : 5$. Найдите величину угла AKB.

7. У Васи есть своя коллекция фантиков, у Пети — своя. Как-то раз они решили поменяться фантиками. Сначала Петя отдал Васе 20% своих фантиков. Затем Вася перемешал свою новую коллекцию, выбрал 20% фантиков и отдал их Пете, который с изумлением обнаружил, что теперь у него стало сколько же фантиков, сколько было сначала. Наконец, Петя передал Васе 48% фантиков. Определите, во сколько раз увеличилось число фантиков в коллекции Васи после всех обменов.

8. Три зайца и два кролика съедают тарелку моркови за двенадцать секунд, а пять зайцев и восемь кроликов съедают такую же тарелку моркови за четыре секунды. Определите, за сколько секунд с этим же количеством моркови справятся два зайца и кролик (все зайцы едят одинаково быстро, все кролики — тоже).

9. У Васи есть мишень для игры в “Дартс”, в которой есть два центральных сектора (желтый и черный) и 20 наружных секторов, пронумерованных числами от 1 до 20. За попадание в желтый центральный сектор игрок получает 25 очков, за попадание в черный центральный сектор — 50 очков. За попадание в наружный сектор игрок получает количество очков, равное номеру этого сектора, при этом в каждом из наружных секторов есть зоны удвоения и утроения, которые, соответственно, удваивают или утраивают номинал сектора. Например, за попадание в сектор 7 (не в зоны удвоения или утроения) игрок получает 7 очков, за попадание в зону удвоения сектора 7 игрок получает 14 очков, а за попадание в зону утроения сектора 7 — 21 очко. В центральных секторах зон удвоения и утроения нет. Вася хочет за несколько бросков набрать ровно 824 очка. Какое наименьшее количество бросков ему потребуется для этого?

10. Точка D — середина стороны AB треугольника ABC, в котором $\angle C = 90°$, $\angle A = 60°$. На стороне BC отмечена такая точка M, что $BM = AC$. Пусть MK — высота треугольника MCD. Докажите, что удвоенный периметр треугольника MDK больше периметра треугольника MDC.

А это таблица ответов. Ее нужно заполнить.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10