

## Тест

### Вариант 1

1. Найти все натуральные числа  $p, q, r$ , не являющиеся составными такие, что  $p(p-6) = r^2 - q^2$ .

2. Дан четырехугольник  $ABCD$  такой, что  $\angle DAB = 30^\circ$ ,  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $\angle BCD = 30^\circ$ . Найти угол между прямыми  $AC$  и  $BD$ .

3. Вычислить  $\sqrt{17 + 12\sqrt{2}} + \sqrt{17 - 12\sqrt{2}}$ .

4. Решить уравнение  $(x^2 + 4x)^2 = (x + 6)(2 - x)$ .

5. Какое наименьшее число участников может быть на семинаре "Математическая вертикаль", если известно, что мужчин, участвующих в нем, меньше 3,1%, но больше 2,9%?

6. В уравнении  $x^2 - 2ax + 4 = 0$  сумма кубов действительных корней равна 144. Найти  $a$ .

7. Решить систему 
$$\begin{cases} x^2 = 32 + y^2 \\ x^2 + 3xy + 2y^2 = 64 \end{cases}$$

8. Предположим, что вы забыли пароль от электронной почты, но помните, что это шестизначный номер, в котором были числа 386 и 53. Какое наименьшее количество номеров надо перебрать, чтобы наверняка открыть почтовый ящик?

9. Доказать неравенство  $\sqrt[3]{2019 + \sqrt[3]{2019}} + \sqrt[3]{2019 - \sqrt[3]{2019}} < 2\sqrt[3]{2019}$ .

10. Изобразить множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству  $(2y - 3)^2 \leq 4(x + 4)^2$ .

11. Решить неравенство  $(x^2 - 5x + 6)\sqrt{x^2 - 7x + 12} \leq 0$ .

12. В треугольнике  $ABC$  на его медиане  $AM$  отмечена точка  $K$  и прямая  $CK$  пересекает сторону  $AB$  в точке  $P$  так, что  $S_{ACK} : S_{KPBМ} = 15 : 11$ . Прямая  $CK$  пересекает сторону  $AB$  в точке  $P$ . Найдите отношение  $AK : KM$ .

## Вариант 2

1. Найти все натуральные числа  $p, q, r$ , не являющиеся составными такие, что  $p(p-8) = r^2 - q^2$ .

2. Дан четырехугольник  $ABCD$  такой, что  $\angle DAB = 15^\circ$ ,  $\angle ABC = 75^\circ$ ,  $\angle BCD = 15^\circ$ . Найти угол между прямыми  $AC$  и  $BD$ .

3. Вычислить  $\sqrt{34 + 24\sqrt{2}} - \sqrt{34 - 24\sqrt{2}}$ .

4. Решить уравнение  $(x^2 - 8x)^2 = (x+2)(10-x)$ .

5. Какое наименьшее число участников может быть на семинаре "Математическая вертикаль", если известно, что женщин, участвующих в нем, меньше 84%, но больше 83,1%?

6. В уравнении  $x^2 - 3ax + 4 = 0$  сумма кубов действительных корней равна 144. Найти  $a$ .

7. Решить систему 
$$\begin{cases} x^2 = 21 + y^2 \\ x^2 + 3xy + 2y^2 = 42 \end{cases}$$

8. Предположим, что вы забыли пароль от электронной почты, но помните, что это шестизначный номер, в котором были числа 178 и 21. Какое наименьшее количество номеров надо перебрать, чтобы наверняка открыть почтовый ящик?

9. Доказать неравенство  $\sqrt[3]{2018 + \sqrt[3]{2018}} + \sqrt[3]{2018 - \sqrt[3]{2018}} < 2\sqrt[3]{2018}$ .

10. Изобразить множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству  $(3y-2)^2 \geq 9(x-4)^2$ .

11. Решить неравенство  $(x^2 - 4x - 5)\sqrt{x^2 - 5x + 6} \geq 0$ .

12. В треугольнике  $ABC$  на стороне  $AB$  отмечена точка  $M$  так, что  $AM:BM = 3:2$ . На стороне  $BC$  взята точка  $N$  так, что продолжение  $NM$  за точку  $M$ , пересекает продолжение стороны  $AC$  за точку  $A$  в точке  $L$ , причем  $AL = AC$ . Найдите отношение площади треугольника  $MBN$  к площади четырехугольника  $AMNC$ .