

**«Не надышишься...»**

1. Сумма трёх положительных чисел равна их произведению. Докажите, что хотя бы два из них больше единицы.
2. Володя бежит по круговой дистанции с постоянной скоростью. В двух точках дистанции стоит по фотографу. После старта Володя 2 минуты был ближе к первому фотографу, затем 3 минуты — ближе ко второму фотографу, а потом снова ближе к первому. За какое время Володя пробежал весь круг?
3. Будем называть натуральное число почти квадратом, если это либо точный квадрат, либо точный квадрат, умноженный на простое число. Могут ли 8 почти квадратов идти подряд?
4. На шахматном турнире для 12 участников каждый сыграл ровно по одной партии с каждым из остальных. За выигрыш давали 1 очко, за ничью — 0,5, за проигрыш — 0. Вася проиграл только одну партию, но занял последнее место, набрав меньше всех очков. Петя занял первое место, набрав больше всех очков. На сколько очков Вася отстал от Пети?
5. Найдите наименьшее натуральное число, десятичная запись квадрата которого оканчивается на 2016.
6. Император пригласил на праздник 2015 волшебников, некоторые из которых добрые, а остальные злые. Добрый волшебник всегда говорит правду, а злой может говорить что угодно. При этом волшебники знают, кто добрый и кто злой, а император нет. На празднике император задаёт каждому волшебнику (в каком хочет порядке) по вопросу, на которые можно ответить «да» или «нет». Опросив всех волшебников, император изгоняет одного. Изгнанный волшебник выходит в заколдованную дверь, и император узнаёт, добрый он был или злой. Затем император вновь задаёт каждому из оставшихся волшебников по вопросу, вновь одного изгоняет, и так далее, пока император не решит остановиться (он может это сделать после любого вопроса). Докажите, что император может изгнать всех злых волшебников, удалив при этом не более одного доброго.
7. В стране лингвистов существует  $n$  языков. Там живет  $m$  людей, каждый из которых знает ровно три языка, причём для разных людей эти наборы различны. Известно, что максимальное число людей, любые два из которых могут поговорить без посредников, равно  $k$ . Оказалось, что  $11n \leq k \leq m/2$ . Докажите, что тогда в стране найдутся хотя бы  $mn$  пар людей, которые не смогут поговорить без посредников.